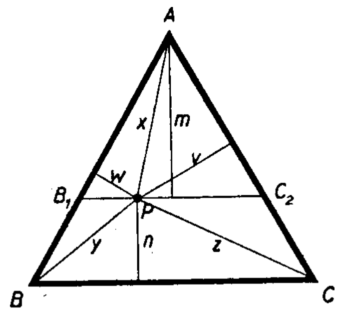
A P ponton át húzzunk a BC oldallal párhuzamost, messe ez a másik két oldalt B_1, ill. C_1 pontokban.[1]



Az AB_1C_1 egyenlőoldalú háromszög oldalát jelöljük a-val és húzzuk meg ebben a háromszögben az A csúcsponthoz tartozó magasságot, m-et. E háromszög kétszeres területe nyilván

$$am = av + aw = a(v + w),$$

vagyis

$$m = v + w.$$

De m befogója egy olyan derékszögű háromszögnek, melynek átfogója x, tehát $x \geq m$. (Az egyenlőség csak akkor áll fenn, ha P az m talppontja.)

Mivel $m = v + w$, azért $x \geq v + w$. Természetesen ugyanígy kimutatható $y \geq u + w$, és $z \geq u + v$. E három egyenlőtlenség összeadásából következik

$$x + y + z \geq 2(u + v + w),$$

ami bizonyítandó volt.

Az „=” jel csak akkor érvényes, ha P *mindhárom esetben* m talppontja, vagyis P a háromszög súlypontja. Ez esetben fennállanak az $x = 2u$, $y = 2v$ és $z = 2w$ egyenlőségek.

Balázs Béla

[1] Az ábrában C_2 és n sajtóhiba, C_1 és u helyett.