

**I. megoldás:** Ki kell mutatnunk, hogy  $p^2 - 1$  mindig osztható 12-vel, ha  $p$  3-nál nagyobb prímszám.  $p^2 - 1 = (p - 1)(p + 1)$  és mivel  $p$  sem 2-vel, sem 3-mal nem lehet osztható, ezért mindkét tényező páros és egyikük osztható 3-mal. Szorzatuk tehát osztható  $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$ -vel.

**II. megoldás:** Minden 3-nál nagyobb  $p$  prímszám, mivel 2- és 3-mal nem lehet osztható, csak  $6k + 1$  vagy  $6k - 1$  alakú lehet. Tehát  $p^2 = (6k \pm 1)^2 = 36k^2 \pm 12k + 1 = 12(3k^2 \pm k) + 1 = 12K + 1$ .