

Jelöljük a háromszög befogóit  $a$ ,  $b$ -vel, átfogóját  $c$ -vel, területét  $t$ -vel. Feltétel szerint  $ab = 2t$  állandó.

$$c^2 = a^2 + b^2 \geq 2ab = 4t, \quad \text{mert} \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \geq 0,$$

és az egyenlőségjel akkor és csakis akkor érvényes, ha  $a = b$ . Tehát  $c^2 = a^2 + b^2$  akkor a legkisebb, ha az előbbi összefüggésnél az egyenlőség áll fenn, vagyis  $a = b$ .

Így az egyenlő területű derékszögű háromszögek közül az egyenlő szárúnak az átfogója a legkisebb.

*Megfordítás:* Az egyenlő átfogójú derékszögű háromszögek közül az egyenlő szárúnak a területe a legnagyobb.

*Bizonyítás:*  $t = \frac{ab}{2} \leq \frac{a^2 + b^2}{4} = \frac{c^2}{4}$  mint az előbb, és az egyenlőség  $a = b$  esetén áll fenn.

Itt a jobboldal állandó, tehát a terület egyenlőség esetén a legnagyobb, de ez csak úgy lehetséges, hogy  $a = b$ .