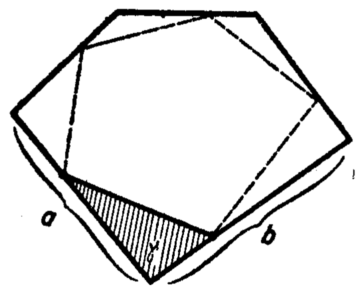
Állapítsuk meg, hogy a sokszög a és b oldala két szomszédos osztáspontjának összekötővonala által lemetszett háromszög területe, mely λ értéknél a legnagyobb!



Egy ilyen háromszög területe:

$$t=\frac{(a-\lambda a)\cdot\lambda b\cdot\sin\gamma}{2}=(1-\lambda)\cdot\lambda\frac{ab\sin\gamma}{2}.$$

Ilyen kifejezések összegét kell vizsgálnunk.

Minthogy az $\dfrac{ab\cdot\sin\gamma}{2}$ kifejezések összege állandó, elégséges azt megtudni, hogy az $y=(1-\lambda)\lambda=-\lambda^2+\lambda$ kifejezés milyen λ értéknél maximális. Ez a függvény λ, y koordinátarendszerben, az y tengellyel párhuzamos tengelyű parabolával ábrázolható. Ez a parabola a $\lambda=1$, és $\lambda=0$ helyeken metszi a λ tengelyt, λ legnagyobb értéke tehát a $\lambda=0{,}5$ helyen van.

ifj. Csonka Pál (Budapest, III. o.)

Megjegyzés. 1°. A maximum helye tisztán algebrailag így adódik: $y=\dfrac{1}{4}-\left(1-\dfrac{1}{2}\right)^2$ maximumát, $\dfrac{1}{4}$-et ott veszi fel, ahol e négyzet értéke 0, vagyis $a=\dfrac{1}{2}$.

2°. Az állítás nem igaz horpadt sokszögekre, mert ott a számításban szereplő háromszögek egy része csökkenést, másik része növekedést jelent az adott sokszög területéhez képest. Így a $\lambda(\lambda-1)$ szorzat növekedésével lehet, hogy nő, de az is lehet, hogy csökken az új sokszög területe. Ha pedig pl. egy négyzet csúcsaiba 45°-os szögeket helyezünk el úgy, hogy az átlók legyenek a szögfelezőik, akkor olyan csillag-négyszöget kapunk, amelyről a fenti módon készített sokszögek mind egyenlő területűek.