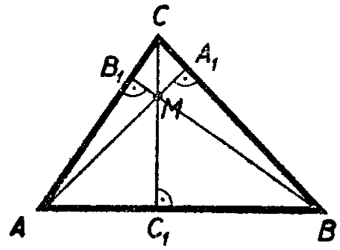
Legyenek a háromszög magasságvonalai AA_1, BB_1, CC_1, magasságpontja M.



$AC_1M\triangle \sim MA_1C\triangle$, mert két-két szögük egyenlő:
$AC_1M\sphericalangle = MA_1C\sphericalangle = 90°$; $C_1MA\sphericalangle = CMA_1\sphericalangle$ (csúcsszögek).
Hasonló háromszögekben az egyenlő szögekkel szemben fekvő oldalak aránya egyenlő:

(1) $$AM : MC_1 = CM : MA_1, \quad \text{ahonnan:} \quad AM \cdot MA_1 = CM \cdot MC_1.$$

Az előbbihez hasonlóan: $AMB_1\triangle \sim A_1MB\triangle$, ahonnan:

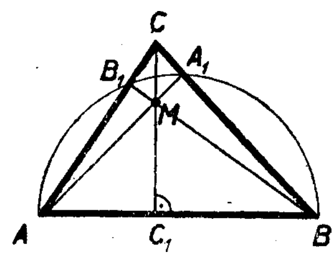
(2) $$AM : MB_1 = BM : MA_1, \; AM \cdot MA_1 = BM \cdot MB_1,$$

(1) és (2) összevetéséből adódik a tétel:

$$AM \cdot MA_1 = BM \cdot MB_1 = CM \cdot MC_1.$$

A bizonyítás érvényes bármely hegyes- és tompaszögű háromszögre. Derékszögű háromszögnél M pont, a derékszög csúcsa, két olyan részre osztja a magasságvonalakat, amelyek közül az egyik hossza 0. Ez esetben a kívánt szorzat 0 mindhárom magasságvonalra nézve.

II. megoldás: A háromszög oldalai, mint átmérők fölé félköröket rajzolunk.



$AA_1B\sphericalangle = AB_1B\sphericalangle = 90°$, tehát Thales tétele értelmében az A_1 és B_1 pontok rajta vannak az $\overline{AB}$ oldal fölé rajzolt félkör kerületén. Az AB átmérőjű körben az M ponton átmenő húrok metszeteinek szorzata állandó és megegyezik az M pont körre vonatkozó hatványával. Tehát:

(3) $$AM \cdot MA_1 = BM \cdot MB_1.$$

Az előbbihez hasonlóan: B_1 és C_1 pontok rajta vannak a BC oldal fölé rajzolt félkör kerületén; M pontnak a BC átmérőjű körre vonatkozó hatványa:

(4) $$BM \cdot MB_1 = CM \cdot MC_1.$$

(3) és (4) összevetéséből adódik a tétel:

$$AM \cdot MA_1 = BM \cdot MB_1 = CM \cdot MC_1$$

Hegyesszögű háromszögben M pont a körökre vonatkozólag belső pont, tompaszögű háromszögben külső pont, derékszögűben kerületi pont. A kör hatványára vonatkozó tétel érvényes mindhárom fajta pontra, tehát a tétel fennáll bármely háromszögre.