Legyen a három négyzetszám x^2, y^2, z^2. A feltétel szerint ezek számtani sorozatot alkotnak, tehát

$$y^2 - x^2 = z^2 - y^2, \text{ vagyis } z^2 + x^2 = 2y^2$$

Keressük ezen egyenlet összes egész számú megoldásait. Megmutatjuk, hogy az x, y, z megoldásokhoz kölcsönösen és egyértelműen hozzárendelhető egy pythagorasi számhármas: a, b, c, melyre tehát $a^2 + b^2 = c^2$. Legyen ugyanis $a = \frac{x+z}{2}$, $b = \frac{x-z}{2}$, $c = y$. Akkor valóban $a^2 + b^2 = \left(\frac{x+z}{2}\right)^2 + \left(\frac{x-z}{2}\right)^2 = \frac{x^2+z^2}{2} = y^2 = c^2$. $\frac{x+z}{2}$ és $\frac{x-z}{2}$ egész számok, mert x és z egyenlő párosságúak $z^2 + x^2 = 2y^2$ szerint.

Így megkaptunk minden pythagorasi számhármast, ugyanis bármely a, b, c pythagorasi hármast az

$$x = a - b, \quad y = c, \quad z = a + b$$

számhármasból kaptuk az előbbi módon. Innen látható az is, hogy az eljárással minden pythagorasi számhármast csak egyszer kaptunk meg, vagyis minden a, b, c-hez csak egy x, y, z tartozik.

Tehát minden a feltételt kielégítő x, y, z számhármashoz tudtunk rendelni egy és csak egy pythagorasi számhármast.

Kántor Sándor (Debrecen, III. o.)