I. megoldás: Legyen

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\dots\frac{99}{100}=A,\qquad \frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\dots\frac{98}{99}=B$$

$A<B$, mert A tényezői rendre kisebbek B tényezőinél, illetve az utolsó tényező kisebb 1-nél.

$$AB=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}\dots\frac{98}{99}\cdot\frac{99}{100}=\frac{1}{100}$$

$$A^2<AB=\frac{1}{100}\qquad A<\frac{1}{10}$$

Kovács László (Debrecen, III. o.)

II. megoldás:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdots\frac{99}{100}=\frac{2-1}{2}\cdot\frac{4-1}{4}\cdots\frac{100-1}{100}=$$
$$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\dots\left(1-\frac{1}{100}\right)=x.$$

Ezt szorozzuk a következő számmal:

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{7}{6}\dots\frac{99}{98}\cdot\frac{101}{100}=\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{100}\right)=101x.$$

A szorzat

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\dots\left(1-\frac{1}{100}\right)\left(1+\frac{1}{100}\right)=$$
$$=\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\left(1-\frac{1}{36}\right)\dots\left(1-\frac{1}{10\,000}\right)=101x^2.$$

A baloldal minden tényezője kisebb, mint 1, tehát

$$100x^2<101x^2<1.$$

Innen

$$10x<1\qquad\text{és}\qquad x<\frac{1}{10}.$$

Kántor Sándor (Debrecen, III. o.)

A feladatot a szorzás tényleges elvégzésével megoldotta: Villányi O.