

Az utoljára nyert egyenlőtlenség szerint ha x_1, x_2, q_1, q_2 pozitív, $x_1 \neq x_2$ és $q_1 + q_2 = 1$, akkor

$$\frac{q_1}{x_1} + \frac{q_2}{x_2} > \frac{1}{q_1 x_1 + q_2 x_2}.$$

Innen

$$q_1 x_1 + q_2 x_2 > \frac{1}{\frac{q_1}{x_1} + \frac{q_2}{x_2}}.$$

Vagyis azt bizonyítottuk utolsó átalakításunkkal, hogy a súlyozott számtani közép nagyobb, mint a súlyozott harmonikus. A (3) egyenlőtlenségből viszont

$$\begin{aligned} q_1 x_1^2 + q_2 x_2^2 &> (q_1 x_1 + q_2 x_2)^2, \quad \text{vagyis} \quad \sqrt{q_1 x_1^2 + q_2 x_2^2} > \\ &> q_1 x_1 + q_2 x_2, \end{aligned}$$

azaz a súlyozott négyzetes közép viszont a számtaninál is nagyobb.

Ha $q_1 = q_2 = \frac{1}{2}$ -et írunk, akkor a már ismerős

$$\sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2}{2}} > \frac{x_1 + x_2}{2} > \frac{2}{\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right)} = \frac{2x_1 x_2}{x_1 + x_2}$$

egyenlőtlenségekhez jutunk (feltéve, hogy x_1 és x_2 különböző pozitív számok).