Előző közleményünkben láttuk, hogy bizonyos egyenlőtlenségek helyessége geometriailag nyilvánvaló abból, hogy valamely függvény görbéje (alulról nézve) konvex, ill. konkáv. Egyszerűbb függvényeknél ezt könnyű a függvény grafikus ábrázolása alapján megállapítani. Nézzük pl. a $\sqrt{x}$ függvényt. Ennek csak pozitív $x$ értékekre van értelme. Görbéje egy vízszintes tengelyű parabola felső fele, tehát (alulról) konkáv görbe. A $-\sqrt{x}$ függvényt viszont ugyanennek a parabolának az alsó fele ábrázolja, tehát konvex görbe.

A $\sqrt[3]{x^2}$ függvény ábrázolásánál a nagyon kis abszolút értékű számoknál kell sűrűn számítani függvényértéket, hogy kellően megbízható görbét rajzolhassunk. Ekkor azt vesszük észre, hogy az $x=0$ értékhez közeledve a görbe balról is, jobbról is hozzásimul az $Y$-tengely felső feléhez. Így a negatív $x$-ekre is konkáv a görbe, pozitív $x$-ekre is, de nem mondhatjuk azt, hogy az egész görbe konkáv, mert az $x=0$ helyen csúcsa van.

A $\sqrt{x^3}$ függvénynek ismét csak pozitív $x$-ekre van értelme és ilyenekre domború görbe ábrázolja, mely az $Y$-tengely közelében hozzásimul az $X$-tengelyhez.

Az $\dfrac{1}{x}$ görbe képe, mint tudjuk, egyenlőszárú hiperbola, melynek két ága nagy abszolút értékű $x$-ekre az $X$-tengelyhez símul; 0-hoz közeli negatív $x$-ekre az $Y$-tengely alsó, pozitívokra a felső feléhez simul. A negatív $x$-ekhez tartozó görbeág konkáv, a pozitív $x$-ekhez tartozó konvex.

Lényegében ugyanez a helyzet az $\dfrac{1}{x^3}$ függvénnyel is, csak annyi a különbség, hogy annak a görbéje az $X$-tengelyhez sokkal gyorsabban közeledik, az $Y$-tengelyhez viszont sokkal lassabban, mint az $\dfrac{1}{x}$ görbe. Ez azonban nem változtat azon, hogy a görbe domború, ill. homorú.

A $2^x$ görbéje és $10^x$-é is negatív $x$-ekre az $X$-tengelyhez símul, 0-nál az értéke 1, pozitív $x$-ekre pedig egyre rohamosabban növekszik. A két függvénygörbe egészen hasonló menetű; csak a $10^x$ mindenütt erősebben növekszik, mint a $2^x$. Hasonló a görbéje minden 1-nél nagyobb alapszám hatványait ábrázoló görbének is. Minél közelebb van az alapszám 1-hez, annál kevésbbé meredeken fog emelkedni a függvény. Az 1 alapszámnak minden hatványa is, 1. Az $y=1^x=1$ függvényt tehát egy vízszintes egyenes szemlélteti. Ha viszont az alapszám 1-nél kisebb pozitív szám, akkor a pozitív hatványai közelednek 0-hoz, negatív hatványai pedig minden határon túl nőnek, ha a kitevő abszolút értékét minden határon túl növeljük. A görbék most az 1-nél nagyobb alapokhoz tartozó görbék tükörképei az $Y$-tengelyre. Az összes ilyen görbék konvexek.

A $\lg\, x$ görbéje kis pozitív $x$-eknél nagy abszolút értékű negatív $y$ értékektől meredeken emelkedik, $x=1$-nél átmetszi az $X$ tengelyt, azután egyre kevésbbé meredeken emelkedik tovább. A görbe mindenütt konkáv.

A $\sin\, x$ és $\cos\, x$ függvényt hullámok ábrázolják. A hullámhegyek konkávok, a völgyek konvexek. Így az előbbi a $0\le x\le\pi$, a $2\pi\le x\le 3\pi$, általában a $2k\pi\le x\le(2k+1)\pi$ intervallumokban konkáv, a $\pi\le x\le 2\pi$, $3\pi\le x\le 4\pi$, általában a $(2k+1)\pi\le x\le(2k+2)\pi$ intervallumokban konvex; utóbbi függvény pedig a $-\dfrac{\pi}{2}\le x\le\dfrac{\pi}{2}$, $\dfrac{3\pi}{2}\le x\le\dfrac{5\pi}{2}$ és általában a $\dfrac{4k-1}{2}\pi\le x\le\dfrac{4k+1}{2}\pi$ intervallumokban konkáv, a $\dfrac{\pi}{2}\le x\le\dfrac{3\pi}{2}$, $\dfrac{5\pi}{2}\le x\le\dfrac{7\pi}{2}$ és általában a $\dfrac{4k+1}{2}\pi\le x\le\dfrac{4k+3}{2}\pi$ intervallumokban konvex $(k=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \ldots)$.

Különleges szerepe van domborúság szempontjából az $ax+b$ alakú függvényeknek, hiszen ezeket egyenes ábrázolja, tehát se nem domborúak, se nem homorúak. Tágabb értelemben viszont konvexnek is, konkávnak is tekinthetjük ezeket. Más függvény nem is bírhat ezzel a tulajdonsággal, csak aminek egyenes a képe.