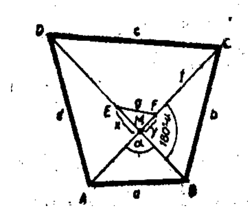
Jelöljük a négyszög csúcspontjait $A$, $B$, $C$ és $D$-vel, az átlók metszéspontját $M$-mel, az $e$ ill. $f$ átló felezéspontját $E$-vel, ill. $F$-fel, $EM$ szakaszt $x$-szel, $FM$ szakaszt $y$-nal, végül az átlók szögét $\alpha$-val.




Az átlók a négyszöget négy háromszögre bontják. Fejezzük ki az $ABM$ háromszögből $a^2$-et, a cosinus tétel segítségével, majd $BCM$ háromszögből $b^2$-et és így tovább.

$$a^2=\left(\frac{e}{2}-x\right)^2+\left(\frac{f}{2}-y\right)^2-2\left(\frac{e}{2}-x\right)\left(\frac{f}{2}-y\right)\cos\alpha=$$
$$=\frac{e^2}{4}-ex+x^2+\frac{f^2}{4}-fy+y^2-\frac{ef}{2}\cos\alpha+fx\cos\alpha+ey\cos\alpha-2xy\cos\alpha,$$
$$b^2=\left(\frac{e}{2}-x\right)^2+\left(\frac{f}{2}+y\right)^2-2\left(\frac{e}{2}-x\right)\left(\frac{f}{2}+y\right)\cos(180^\circ-\alpha)=$$
$$=\frac{e^2}{4}-ex+x^2+\frac{f^2}{4}+fy+y^2+\frac{ef}{2}\cos\alpha-fx\cos\alpha+ey\cos\alpha-2xy\cos\alpha,$$
$$c^2=\left(\frac{e}{2}+x\right)^2+\left(\frac{f}{2}+y\right)^2-2\left(\frac{e}{2}+x\right)\left(\frac{f}{2}+y\right)\cos\alpha=$$
$$=\frac{e^2}{4}+ex+x^2+\frac{f^2}{4}+fy+y^2-\frac{ef}{2}\cos\alpha-fx\cos\alpha-ey\cos\alpha-2xy\cos\alpha,$$
$$d^2=\left(\frac{e}{2}+x\right)^2+\left(\frac{f}{2}-y\right)^2-2\left(\frac{e}{2}+x\right)\left(\frac{f}{2}-y\right)\cos(180^\circ-\alpha)=$$
$$=\frac{e^2}{4}+ex+x^2+\frac{f^2}{4}-fy+y^2+\frac{ef}{2}\cos\alpha+fx\cos\alpha-ey\cos\alpha-2xy\cos\alpha.$$

A négy egyenletet összeadva és rendezve

$$a^2+b^2+c^2+d^2=e^2+f^2+4(x^2+y^2-2xy\cos\alpha).$$

Ámde az $EMF$ háromszögből $g^2=x^2+y^2-2xy\cos\alpha$, tehát

$$a^2+b^2+c^2+d^2=e^2+f^2+4g^2.$$

*Fülöp János*

*Megoldotta:* Dancs I., Kántor S.

**Megjegyzés.** A tétel konkáv négyszögre is érvényes, a bizonyítás menete ugyanaz, mint a tárgyalt esetben.