I. megoldás. Alkalmazzuk a teljes indukció módszerét. $n=1$ esetén $(1+2)(1+2^2)=15=2^{2^2}-1$.

Tegyük most fel, hogy
$$(1+2)(1+2^2)\dots(1+2^{2^k})=2^{2^{k+1}}-1,$$
ekkor
$$\begin{gathered}(1+2)(1+2^2)\dots(1+2^{2^k})(1+2^{2^{k+1}})=\\ =(2^{2^{k+1}}-1)(2^{2^{k+1}}+1)=2^{2^{k+2}}-1,\end{gathered}$$
vagyis állításunkat igazoltuk.

Zobor Ervin

Megoldotta: Villányi O.

II. megoldás. $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ azonosság alapján:
$$\begin{gathered}2^{2^{n+1}}-1=(2^{2^n}+1)(2^{2^n}-1)=(2^{2^n}+1)=(2^{2^n}+1)(2^{2^{n-1}}+1)(2^{2^{n-1}}-1)=\\ =(2^{2^n}+1)(2^{2^{n-1}}+1)\dots(2^2+1)(2+1).\end{gathered}$$

Kántor Sándor

Megoldotta: Barabás Gy., Kovács L., Zatykó L.