I. megoldás: Állításunk a következőképpen fogalmazható:

$$m^3 = a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Ennek az egyenletnek fenn kell állnia minden egész „m"-re, tehát prímszámokra is, ami kézenfekvővé teszi a gondolatot, hogy m^3-t a következőképpen bontsuk fel:

$$\begin{aligned} m^2 &= a+b \\ m &= a-b \end{aligned}$$

Ezt a két egyenletet „a"-ra és „b"-re megoldjuk:

$$\begin{aligned} a &= \frac{m^2+m}{2}, \\ b &= \frac{m^2-m}{2}, \end{aligned}$$

ahol „a" és „b" mindig egész szám, mivel a számláló egyező párosságú számok összege, illetve különbsége. Ilyen módon tehát egész „a" és „b" minden m-hez található.

Vida Piroska

Megoldotta: Kántor S., Kovács L., Zobor E.

Megjegyzés: Ha m összetett szám, akkor másképpen is felbontható egyező párosságú tényezők szorzatára, s így két négyzetszám összegére is, pl. $6^3 = 6^2 \cdot 6 = 18 \cdot 12$. Innen $6^3 = 21^2 - 15^2 = 15^2 - 3^2$.

II. megoldás: Állításunkat azonnal igazolhatjuk, ha tudjuk, hogy köbszámok véges sorának összege[1]

$$\sum_{k=1}^{N} k^3 = \left[\frac{N(N+1)}{2}\right]^2$$

Ezek alapján:

$$m^3 = \sum_{k=1}^{m} k^3 - \sum_{k=1}^{m-1} k^3 = \left[\frac{m(m+1)}{2}\right]^2 - \left[\frac{m(m-1)}{2}\right]^2.$$

Zobor Ervin

[1]Soktagú összegeket szokás a $\sum$ jellel összefoglalni oly módon, hogy a jel után írjuk az általános tagot (pl. a köbszámok összegénél k^3-t) és a jel alá és fölé a betű helyébe helyettesítendő legkisebb és legnagyobb értéket. Ezzel a jelöléssel tehát pl. $1^3+2^3+2^3+\ldots+m^3 = \sum_{k=1}^{m} k^3$.