Legyen a $(-2{,}0)$ pont F_1, az $(1{,}0)$ pont F_2, a görbe tetszőleges pontja $P(x,\,y)$ továbbá $PF_1=r_1$, $PF_2=r_2$.

A PF_1F_2 háromszögben: $PF_1+PF_2\geq F_1F_2=3$, vagyis $r_1+r_2\geq 3$, tehát $r_1+2r_2\geq 3+r_2$;

továbbá:

$$\begin{aligned} r_1-r_2<3, &\quad \text{tehát}\quad r_1-2r_2<3-r_2,\\ r_2-r_1<3, &\quad \text{tehát}\quad 2r_2-r_1<3+r_2. \end{aligned}$$

Mindezekből következik, hogy $r_1+2r_2-a=0$, csak akkor lehet, ha $a>3+r_2$, $r_1-2r_2-a=0$, vagy $2r_2-r_1-a=0$, csak akkor lehet, ha $a<3+r_2$. Az (r_1+2r_2-a) $(r_1-2r_2-a)\cdot(2r_2-r_1-a)$ szorzatban vagy az első, vagy a másik két tényező közül valamelyik lehet 0. Ha P pont rajta van a keresett görbén, és $a>3+r_2$, akkor fennáll, hogy $r_1+2r_2=a$, vagyis $r_1+2r_2-a=0$. Megfordítva: ha a szorzat 0, és $a>3+r_2$ akkor csakis $r_1+2r_2-a=0$, vagyis P pont rajta van a keresett görbén.

Az $(r_1+2r_2-a)(r_1-2r_2-a)(2r_2-r_1-a)=0$ egyenlet tehát a keresett görbe egyenlete, ha $a>3+r_2$. Az egyenlet szimmetrikusabbá tehető, ha megszorozzuk (r_1+2r_2+a)-val, amely nem lehet 0:

$$(r_1+2r_2-a)(r_1+2r_2+a)(r_1-2r_2-a)(2r_2-r_1-a)=0.$$

Alkalmazva a két tag összegének és különbségének szorzatára vonatkozó azonosságot:

$$\begin{gathered} \left[(r_1+2r_2)^2-a^2\right]\left[a^2-(r_1-2r_2)^2\right]=0,\\ \left(r_1^2+4\,r_1r_2+4r_2^2-a^2\right)\left(a^2-r_1^2+4\,r_1r_2-4\,r_2^2\right)=0,\\ 16\,r_1^2r_2^2-\left(r_1^2+4\,r_2^2-a^2\right)^2=0,\\ 16\,r_1^2r_2^2-\left(r_1^4+8\,r_1^2r_2^2+16\,r_2^4-2\,r_1^2a^2-8r_2^2a^2+a^4\right)=0,\\ -r_1^4+8\,r_1^2r_2^2-16\,r_2^4+2a^2\left(r_1^2+4r_2^2\right)-a^4=0,\\ -\left(r_1^2-4r_2^2\right)^2+2a^2\left(r_1^2+4r_2^2\right)-a^4=0,\\ r_1^2=PF_1^2=(x+2)^2+y^2\quad \text{és}\quad r_2^2=PF_2^2=(x-1)^2+y^2. \end{gathered}$$

Tehát

$$\begin{aligned} r_1^2-4r_2^2&=x^2+4x+4+y^2-4x^2+8x-4-4y^2=\\ &=-3(x^2+y^2-4x), \end{aligned}$$

és

$$\begin{aligned} r_1^2+4r_2^2&=x^2+4x+4+y^2+4x^2-8x+4+4y^2=\\ &=5x^2+5y^2-4x+8. \end{aligned}$$

Ezt a helyettesítést elvégezve:

$$\begin{gathered} -9(x^2+y^2-4x)^2+2a^2(5x^2+5y^2-4x+8)-a^4=0,\\ 9\left[(x^2+y^2)^2-8x(x^2+y^2)+16x^2\right]-2a^2(5x^2+5y^2-4x+8)+a^4=0,\\ 9(x^2+y^2)^2-(x^2+y^2)(72x+10a^2)+144x^2+8a^2x-16a^2+a^4=0,\\ 9(x^2+y^2)^2-(x^2+y^2)(72x+10a^2)+(4x+a^2)^2+16(8x^2-a^2)=0. \end{gathered}$$