Írjuk az 1-től ab-ig terjedő számokat a következő táblázatba:

$$\begin{array}{rrcccr}
1, & 2, & . & . & ., & a, \\
a+1, & a+2, & . & . & ., & 2a, \\
2a+1, & 2a+2, & . & . & ., & 3a, \\
. \quad . \quad . & . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . & & & & \\
. \quad . \quad . & . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . & & & & \\
(b-1)a+1, & (b-1)a+2, & . & . & ., & ba.
\end{array}$$

Nézzük, hogyan helyezkednek el az a-hoz relatív prímszámok. Tekintsük a k-adik oszlopot: k, $a+k$, $2a+k$, $\ldots$, $(b-1)a+k$.

Ezek nyilván mind relatív prímek, vagy mind nem relatív prímek a-hoz, attól függően, hogy k relatív prím-e a-hoz, vagy nem. Látjuk tehát, hogy az a-hoz relatív prímszámok $\varphi(a)$ számú oszlopban helyezkednek el.

Most vizsgáljuk a b-hez relatív prímszámok elhelyezkedését. Mint a cikkben beláttuk, egy szám akkor és csak akkor relatív prím b-hez, ha b-vel osztva, b-hez relatív prím maradékot ad. Másrészt könnyen belátható, hogy ugyanabban az oszlopban álló két szám b-vel osztva nem adhatja ugyanazt a maradékot.

Ugyanis, ha

$$\begin{aligned}
k + n_1 a &= q_1 b + r \\
k + n_2 a &= q_2 b + r \quad \text{volna,}
\end{aligned}$$

akkor $(n_1 - n_2)a = (q_1 - q_2)b$ vagyis $(n_1 - n_2)a$ osztható volna b-vel, de mivel a és b relatív prímek, ebből következnék, hogy $(n_1 - n_2)$ osztható b-vel. Ez azonban lehetetlen, mert n_1 és n_2 b-nél kisebb pozitív számok s így különbségük is b-nél kisebb.

Tehát az egy oszlopban álló b számú szám b-vel osztva különböző maradékokat ad, s így a maradékok az összes számok 1-től b-ig. Mivel ezek között $\varphi(b)$ darab b-hez relatív prímszám van, az előbbiek szerint minden oszlopban $\varphi(b)$ számú b-hez relatív prímszám van; a $\varphi(a)$ számú a-hoz relatív prímszámokat tartalmazó oszlopban tehát összesen $\varphi(a)$ $\varphi(b)$ számú ab-hez relatív prímszám van. Ezzel a tételt bebizonyítottuk.