Legyen egyelőre P a sík tetszésszerinti pontja, a kör O középpontjától mért távolsága a, a kör sugara r, a sokszög szomszédos csúcsai $A_1,\ A_2,\ \ldots,\ A_n$ és legyen $POA_1\sphericalangle=\alpha$.
Ekkor PO az $OA_2,\ OA_3,\ \ldots,\ OA_n$ sugarakkal rendre $\alpha+\frac{2\pi}{n}$, $\alpha+2\frac{2\pi}{n}$, $\ldots$, $\alpha+(n-1)\frac{2\pi}{n}$ nagyságú szöget zár be – így a cosinus-tételt felhasználva

$$\begin{aligned}
PA_1^2&=a^2+r^2-2ar\cos\alpha,\\
PA_2^2&=a^2+r^2-2ar\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{n}\right),\\
PA_3^2&=a^2+r^2-2ar\cos\left(\alpha+2\frac{2\pi}{n}\right),\\
PA_n^2&=a^2+r^2-2ar\cos\left(\alpha+(n-1)\frac{2\pi}{n}\right),
\end{aligned}$$

A 191. feladatban megmutattuk[1], hogy

$$\cos\alpha+\cos(\varphi+\alpha)+\cos(2\varphi+\alpha)+\ldots+\cos\big((n-1)\varphi+\alpha\big)=$$
$$=\frac{\sin\dfrac{n\varphi}{2}\cos\left[(n-1)\dfrac{\varphi}{2}+\alpha\right]}{\sin\dfrac{\varphi}{2}}.$$

Ezt felhasználva nyerjük,hogy

$$PA_1^2+PA_2^2+PA_3^2+\ldots+PA_n^2=$$
$$=n(a^2+r^2)-2ar\left[\cos\alpha+\cos\left(\frac{2\pi}{n}+\alpha\right)+\ldots+\cos\left((n-1)\frac{2\pi}{n}+\alpha\right)\right]=$$
$$=n(a^2+r^2)-2ar\sin n\frac{2\pi}{2n}\cdot\frac{\cos\left[(n-1)\dfrac{2\pi}{2n}+\alpha\right]}{\sin\dfrac{2\pi}{2n}}=n(a^2+r^2).$$

Azt kaptuk tehát, hogy ez az összeg csak a P pontnak a kör középpontjától vett távolságától függ. Ha P-t mozgatjuk a sokszög köré írt körön vagy bármely ezzel koncentrikus körön, akkor az összeg értéke nem változik.

[1] II. évf. 4. szám. 214–217 old.