Helyettesítsük a z-t a (3) egyenletből az (1) és (2) egyenletbe és rendezzük x és y szerint:

$$(1-ac)x-(b+bc)y=0, \tag{4}$$
$$(a+ac)x-(1-bc)y=0. \tag{5}$$

E két egyenlet nem határozza meg egyértelműen x-et és y-t, csak az arányukat, de általában két különböző értéket ad. $x=y=0$ ebben az esetben is megoldás (ekkor természetesen z is 0). Egyéb megoldás akkor van, ha a két egyenlet ugyanazt az eredményt adja x és y arányára. Szorozzuk az első egyenletet $(a+ac)$-vel, a másodikat $(1-ac)$-vel:

$$(1-ac)(a+ac)x-(a+ac)(b+bc)y=0,$$
$$(1-ac)(a+ac)x-(1-ac)(1-bc)y=0.$$

Itt már y együtthatóinak is meg kell egyezniük, hogy legyen 0-tól különböző megoldás, kell tehát, hogy

$$(a+ac)(b+bc)=(1-ac)(1-bc) \tag{6}$$

legyen.

Ha viszont ez a feltétel teljesül, akkor pl. x-et tetszőlegesen választhatjuk. A (4) vagy (5) egyenletből kiszámítjuk y-t és a (3) egyenletből z-t. (Ha a (4) vagy (5) egyenletek valamelyikében baloldalon is minden tag kiesik, akkor a másikból számítjuk y-t, ha mindkét egyenletben 0 áll a baloldalon is, akkor y-t is tetszőlegesen választjuk.)

A változók ilyen választása mellett (1) és (2) is teljesül, ami azonnal következik, ha z-nek, amit a (3) egyenletből számítottunk ki, a c-szeresét levonjuk a (4) és (5) egyenletből.

Így az egyenletrendszernek akkor és csak akkor vannak 0-tól különböző gyökei, ha teljesül a (6) egyenlet, ami ilyen alakba írható:

$$2abc+ab+bc+ca-1=0.$$