$a_1^2+b_1^2=1$-be helyettesítsük be a (3) egyenletből kifejezett a_1 értéket (feltéve, hogy $a_2\neq 0$).

$$\left(\frac{b_1b_2}{a_2}\right)^2+b_1^2=1.$$

$$\frac{b_1^2b_2^2}{a_2^2}+b_1^2=b_1^2\left(\frac{b_2^2}{a_2^2}+1\right)=b_1^2\frac{(b_2^2+a_2^2)}{a_2^2}=1,$$

de minthogy

$$b_2^2+a_2^2=1,$$

így

$$b_1^2=a_2^2. \tag{4}$$

Ha $a_2=0$, (2)-ből következik, hogy $b_2\neq 0$, tehát $b_1=0$, így akkor is fennáll az egyenlőség.

Vagyis az első két egyenlőségben felcserélhetjük az a_2 és b_1 értékeket.

A (4) egyenletből következik, hogy

$$b_1=\pm a_2$$

a (3) egyenlőségbe behelyettesítve

$$a_1b_1+a_2b_2=a_1(\pm a_2)+(\pm b_1)b_2=\pm a_1a_2\pm b_1b_2=0.$$

Vagyis a (3) egyenlőségben is felcserélhető a_2 a b_1-gyel.

László Zoltán (IV. oszt., Debrecen)

Megjegyzés: A megoldásból látszik, hogy az egyenlőségek akkor is fennállanak, ha a_2-t b_1-gyel cseréljük fel.