I. megoldás: A feltétel szerint

(1) $$0 < a < 1$$

és

(2) $$0 < b < 1.$$

A (2) feltételből következik, hogy $1-b > 0$. Ha az (1) egyenlőtlenséget egy pozitív számmal szorozzuk, az egyenlőtlenség helyes egyenlőtlenségbe megy át, vagyis

$$0 < a(1-b) < 1-b,$$

azaz felhasználva (2) baloldalát

$$0 < a-ab < 1-b, \qquad 0 < b < a-ab+b < 1,$$

Ez pedig a bizonyítandó egyenlőtlenség volt.

Zobor Ervin (II. gimn., Nagykanizsa)

II. megoldás: Elég kimutatni annak az egyenlőtlenségnek fennállását, mely a bizonyítandóból úgy keletkezik, ha 1-et mindenütt levonunk:

$$-1 < -1+a+b-ab < 0;$$

ez pedig azt jelenti, hogy a középső kifejezés negatívja 0 és +1 közé esik:

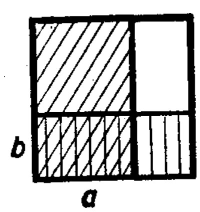
$$0 < 1-a-b+ab < 1.$$

(Azt is mondhattuk volna, hogy -1-el végig szorzunk, az egyenlőtlenség jeleket mindenütt ellenkezőre változtatva, azután fordított sorrendben írjuk fel az egyenlőtlenséget.)
De

$$1-a-b+ab = (1-a)(1-b)$$

és itt a feltevés szerint mindegyik tényező pozitív és 1-nél kisebb, tehát a szorzat is.

III. megoldás: Szemléltessük az adatokat területtel. Rajzoljunk egy egység oldalú négyzetet. Két szomszédos oldalára mérjük fel a-t és b-t és a végpontokból húzzunk párhuzamost az oldalakkal!



A függőlegesen vonalkázott téglalap területe $b \cdot 1 = b$, a ferdén vonalkázotté $a \cdot 1 = a$, a kétszeresen vonalkázott téglalap területe ab. Az $a+b-ab$ érték az egész bevonalkázott rész területét adja. Ez a terület nem válik zérussá, ha $a > 0$ és $b > 0$, és nem fedi le az egységnyi területű négyzetet, ha $a < 1$ és $b < 1$, tehát fennáll a

$$0 < a+b-ab < 1$$

egyenlőtlenség.

Megjegyzés: A beküldött megoldásokban az a helytelen következtetés szerepelt, hogy egyenlőtlenségek különbsége is helyes egyenlőtlenség.