

Tudjuk,¹ hogy $S_1 = g_1 = \binom{1+2}{3} = 1 = \binom{1+3}{4}$, azaz az $S_k = \binom{k+3}{4}$ formula a $k = 1$ értékre igaz. Érvényességét bármely k -ra teljes indukcióval bizonyítjuk.

Feltesszük, hogy

$$S_{k-1} = \binom{k-1+3}{4},$$

s ha innen következik, hogy a tétel érvényes S_k -ra is, akkor igazoltuk minden k -ra. Adjunk az előbbi egyenlőség mindkét oldalához g_k -t.

$$\begin{aligned} S_k = S_{k-1} + g_k &= \binom{k-1+3}{4} + g_k = \binom{k-1+3}{4} + \binom{k+2}{3} = \\ &= \binom{k+2}{4} + \binom{k+2}{3}. \end{aligned}$$

A binomiális együtthatókat kifejtve

$$\begin{aligned} S_k &= \frac{(k+2)(k+1)(k-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{(k+2)(k+1)k}{1 \cdot 2 \cdot 3} = \\ &= \frac{(k+2)(k+1)k(k-1+4)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{(k+3)(k+2)(k+1)k}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \binom{k+3}{4}. \end{aligned}$$

Ezzel a tételt igazoltuk.

¹Lásd a magasabb rendű számtani sorozatról szóló cikket. Közelebbről 4. sz. 182. oldalt.