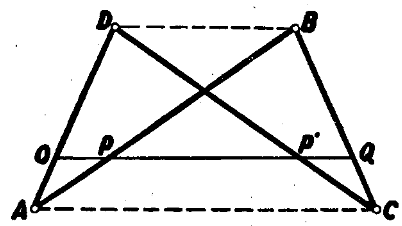


A 226. feladat megoldása szerint az ellenparalelogramma átlói párhuzamosak és a nem metsző oldalakkal együtt szimmetrikus trapézt alkotnak. A 228. feladatban bizonyítottak szerint az átlókkal párhuzamosan metsző egyenes O, P, P', Q metszéspontjai az ellenparalelogramma oldalaival minden helyzetben egy az átlókkal párhuzamos egyenesen maradnak. Ennek folytán (az ábra jelöléseit használva) minden helyzetben $AOP\Delta \sim ADB\Delta$ és $OP'D\Delta \sim ACD\Delta$. Ezekből következik, hogy

$$OP : AO = DB : AD \quad \text{és} \quad OP' : OD = AC : AD.$$

Innen

$$OP = \frac{AO}{AD} \cdot DB, \qquad OP' = \frac{OD}{AD} \cdot AC,$$

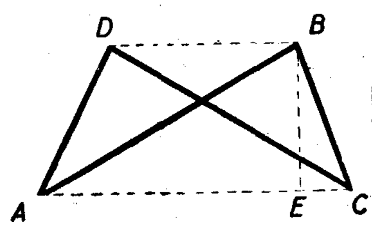
tehát

$$OP \cdot OP' = \frac{AO \cdot OD}{AD^2} AC \cdot DB.$$

Mivel a tört értéke nem változik a berendezés mozgatásával, csak azt kell megmutatnunk, hogy $AC \cdot DB$ értéke sem változik meg. A szorzatot átalakíthatjuk két négyzet különbségévé:

$$AC \cdot DB = \left(\frac{AC + DB}{2}\right)^2 - \left(\frac{AC - DB}{2}\right)^2.$$

A zárójelben szereplő kifejezéseket a rajzon is könnyen feltüntethetjük: bocsássunk B-ből merőlegest AC-re. Legyen talppontja E.



$ACBD$ szimmetrikus trapéz voltából adódik, hogy $AE = \dfrac{AC + DB}{2}$, $EC = \dfrac{AC - EB}{2}$. Az AEB és BEC derékszögű háromszögekből $AE^2 = AB^2 - BE^2$ és $EC^2 = BC^2 - BE^2$. Így

$$AC \cdot DB = AE^2 - EC^2 = AB^2 - BC^2.$$

Ezeket felhasználva

$$OP \cdot OP' = \frac{AO \cdot OD}{AD^2}(AB^2 - BC^2).$$

Mivel itt csak olyan távolságok szerepelnek, melyek az ellenparalelogramma szárain kijelölt határozott távolságok, így ez a kifejezés nem változik az ellenparalelogramma mozgatásakor. Ha O pontot rögzítve mozgatjuk az ellenparalelogrammát, akkor az elmondottak szerint O, P és P' mindig egy egyenesbe fognak esni és $OP \cdot OP'$ értéke nem változik, P és P' tehát egymás inverzei egy O középpontú körre nézve, vagyis a készülék inverzorként használható.