

Legyen  $a$  egynél nagyobb pozitív szám, akkor  $\frac{a + \frac{1}{a}}{2}$ ,  $\frac{a - \frac{1}{a}}{2}$ ,  $a \cdot \frac{1}{a} = 1$  számok közül az  $\frac{a + \frac{1}{a}}{2}$  a legnagyobb.

Ahhoz, hogy ezek a számok egy derékszögű háromszög oldalai legyenek, kell, hogy közöttük fennálljon a pythagorasi összefüggés, vagyis

$$\left(\frac{a + \frac{1}{a}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - \frac{1}{a}}{2}\right)^2 = 1,$$

Ez viszont az

$$\left(\frac{a + \frac{1}{a}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - \frac{1}{a}}{2}\right)^2 = \left(\frac{a + \frac{1}{a}}{2} + \frac{a - \frac{1}{a}}{2}\right) \cdot \left(\frac{a + \frac{1}{a}}{2} - \frac{a - \frac{1}{a}}{2}\right) = a \cdot \frac{1}{a} = 1$$

azonosság miatt mindig teljesül. Ha  $a$  egynél kisebb, akkor az  $\frac{1}{a} + a$ ,  $\frac{1}{a} - a$ , és 1 számok alkotnak pythagorasi számhármast.