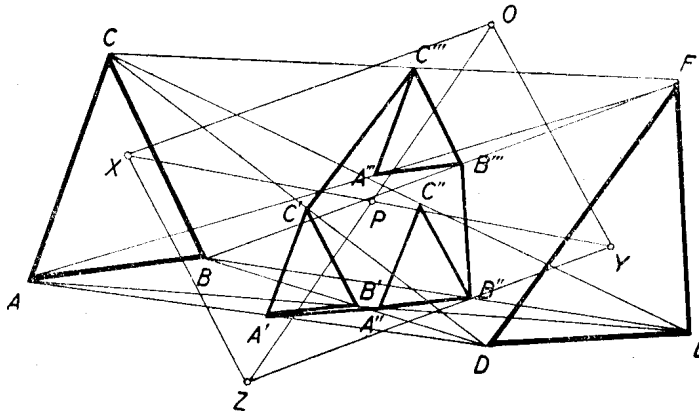


a) Legyen az  $OZ$  és  $XY$  egyenesek metszéspontja  $P$ . Ez esetben, mivel  $OP = \frac{1}{2} OZ$ , a  $P$  pontok által lefedett idom a  $Z$  pontok által kitöltött idomhoz hasonló és  $O$  centrumra nézve hasonló helyzetű, oldalai feleakkorák. Ezt tudva elegendő lesz a  $P$  pontok által lefedett idomot tanulmányozni.

A  $P$  pontokat úgy kapjuk, hogy az  $ABC$  és  $DEF$  háromszögek egy-egy belső, vagy kerületi pontjának összekötő egyenesét megfelezzük. Ha pl.  $Y$  pont összeesik  $D$ -vel és  $X$  az  $ABC\Delta$  tetszőleges pontja, a  $P$  pontok az  $A'B'C'\Delta$ -et fedik le.



Ha  $Y$ -t végigvisszük a  $DE$  oldalon, eközben az  $A'B'C'\Delta$  párhuzamosan eltolódik az  $A''B''C''\Delta$ -be, ha  $Y$ -t tovább visszük az  $EF$  oldalon  $F$ -ig, az  $A''B''C''\Delta$  eltolódik  $A'''B'''C'''\Delta$ -be, végül, ha  $X$ -t az  $FD$  oldalon visszavisszük  $D$  pontig, az  $A'''B'''C'''\Delta$  ismét párhuzamosan tolódik el  $A'B'C'\Delta$ -be.

Eszerint a  $DEF\Delta$  minden  $Y_i$  kerületi pontjához tartozik a  $P$  pontoknak egy  $A_iB_iC_i$  háromszöge, ha pedig  $Y_i$ -t a  $DEF\Delta$  belsejében futó tetszőleges egyenesszakaszon visszük végig a kerület egy másik  $Y_k$  pontjáig, az  $A_iB_iC_i\Delta$  önmagával párhuzamosan az  $Y_k$ -hoz tartozó  $A_kB_kC_k\Delta$ -be tolódik el. Így a  $DEF\Delta$  minden belső  $Y_l$  pontjához a  $P$  pontoknak egy olyan  $A_lB_lC_l\Delta$ -e tartozik, mely az  $A'C'C''B''B''A''$  hatszög belsejébe esik.

b) A szerkesztés szerint a  $P$  pontok egy hatszöget fődnek be. Az oldalak száma annyival redukálódhat, ahány párhuzamos oldala van az  $ABC$  és  $DEF$  háromszögeknek. A redukálódás csak akkor következik be, ha az azonos körüljárással megbetűzött háromszögek párhuzamos oldalai egyenlő irányúak is.

c) A szerkesztés szerint a  $P$  pontok által lefedett hatszög kerülete olyan szakaszokból tevődik össze, melyek mindegyike fele az  $ABC$  és  $DEF$  háromszögek egy-egy oldalának, így e hatszög kerülete is fele a két háromszög kerülete összegének. A  $Z$  pontok által lefedett hatszög oldalai, mint megállapítottuk, az előbbinek kétszeresei, tehát kerülete éppen a két háromszög kerületének összege.

Kiegészítésképpen vizsgáljuk meg az  $OXYZ$  és  $OYXZ$  paralelogrammák  $Z$  pontjai által lefedett idomokat is. (Lásd a 278. kitűzött feladatot. 288 old.).