

Jelöljük a körök sugarát r_1, r_2 -vel, P -nek a középpontoktól való távolságát R_1, R_2 -vel. Ha P a K_1 körön kívül van, akkor $R_1 = r_1 + d_1$, ha belül van, $R_1 = r_1 - d_1$. Hasonló érvényes a második körre. Jelöljük a körtől való távolságok hányadosát λ -val: $d_1 : d_2 = \lambda$, azaz $d_1 - \lambda d_2 = 0$. A d -ket r -ekkel és R -ekkel kifejezve, ha P mindkét körön kívül van, akkor azt kapjuk, hogy $R_1 - \lambda R_2 - (r_1 - \lambda r_2) = 0$ kell legyen. Ha $r_1 - \lambda r_2 = 0$, azaz $r_1 : r_2 = \lambda$, akkor ez éppen az Apollonius-féle körre vezető mértani hely feladat: $R_1 : R_2 = \lambda$ állandó. Ennek az összefüggésnek kell teljesülnie akkor is, ha a két kör metszi egymást és a P pont mind kettő belsejében van. Ha a pont egyik körön belül van, a másikon kívül, akkor a feltételből az $R_1 + \lambda R_2 - (r_1 + \lambda r_2) = 0$ feltétel adódik.

Írjuk fel az adott feltételi egyenlettel rendelkező görbék egyenletét. Mivel R_1 -et és R_2 -t négyzetgyökös kifejezések adják, célszerű lesz az összefüggéseket úgy alakítani, hogy R -ek csak páros hatványon szerepeljenek. Ezt két alkalmasan végzett négyzetre emeléssel elérhetjük, hasonlóan, mint a hiperbola és parabola egyenleténél:

$$R_1 - \lambda R_2 = r_1 - \lambda r_2 = A, \quad \text{ill.} \quad R_1 + \lambda R_2 = r_1 + \lambda r_2 = B$$

Négyzetre emelve:

$$R_1^2 + \lambda^2 R_2^2 - 2\lambda R_1 R_2 = A^2, \quad \text{ill.} \quad R_1^2 + \lambda^2 R_2^2 + 2\lambda R_1 R_2 = B^2,$$

innen

$$-2\lambda R_1 R_2 = A^2 - (R_1^2 + \lambda^2 R_2^2), \quad \text{ill.} \quad 2\lambda R_1 R_2 = B^2 - (R_1^2 + \lambda^2 R_2^2).$$

Ismét négyzetre emelve

$$4\lambda^2 R_1^2 R_2^2 = A^4 - 2A^2(R_1^2 + \lambda^2 R_2^2) + (R_2^2 + \lambda^2 R_1^2)^2,$$

ill.

$$4\lambda^2 R_1^2 R_2^2 = B^4 - 2B^2(R_1^2 + \lambda^2 R_2^2) + (R_2^2 + \lambda^2 R_1^2)^2.$$

A baloldalt a jobboldal utolsó tagjából levonva és az oldalakat felcserélve:

$$A^4 - 2A^2(R_1^2 + \lambda^2 R_2^2) + (R_1^2 - \lambda^2 R_2^2)^2 = 0,$$

ill.

$$B^4 - 2B^2(R_1^2 + \lambda^2 R_2^2) + (R_1^2 - \lambda^2 R_2^2)^2 = 0.$$

Bárhogy is választjuk itt a koordinátarendszert, az utolsó tag általában negyedfokú kifejezést ad x -ben és y -ban. Ez csak akkor csökken másodfokúra, ha $\lambda = 1$, amit a cikkel kapcsolatos 2. feladatban részletesen tárgyaltunk (195–196. lap), vagy az említett $A = 0$ esetben. A görbék egyenlete még alkalmas koordinátarendszerben sem túl egyszerű és főleg nem ad további tájékoztatást a görbék alakjáról, így felírásuktól eltekintünk. A kérdéses mértani hely általában e két negyedrendű görbéből állhat.

Az említett $\lambda = 1$ esetben éppen egy ellipszis és egy hiperbola egyenletét kapjuk, a régebbi eredménnyel megegyezően.