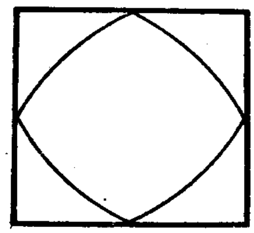
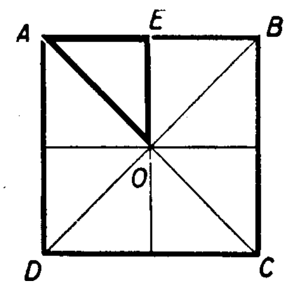
I. megoldás: Jelöljük ki a négyszög azon pontjait, melyek egy csúcstól éppen $\sqrt{5}/2$ távolságra vannak. Olyan körívet kapunk, mely a szemközti csúcsból induló két oldal középpontján megy keresztül.



Csak az ezen a köríven túl eső pontok vannak az első csúcstól $\sqrt{5}/2$-nél nagyobb távolságra. Ha mind a négy csúcshoz kijelöljük azokat a pontokat, melyek attól $\sqrt{5}/2$ nagyobb távolságra vannak, akkor a négy keletkező idom nem nyúlik egymásba, mert a határoló körívek az oldalközéppontokon mennek át. Így nincs olyan pont, amelyik két idom belsejében lenne egyszerre, tehát mely egyszerre két csúcstól lenne $\sqrt{5}/2$-nél nagyobb távolságra.

II. megoldás: Legyen $ABCD$ az egységnyi oldalhosszúságú négyzet. Húzzuk meg az átlókat és az oldalak középpontjait összekötő egyeneseket. Ezek nyolc háromszögre osztják a négyzetet. Ha az egyikben volna olyan P pont, mely egynél többtől volna nagyobb távolságra, mint $\sqrt{5}/2$, akkor mindegyikben volna, mert tükrözve sorra a meghúzott egyenesekre az egész négyzet mindig magába megy át. Úgy azonban, hogy egy kis háromszög az egész négyzetet végigjárja. Mindazok a pontok, amelyekkel P eközben helyet cserél, szintén legalább két csúcstól volnának $\sqrt{5}/2$-nél nagyobb távolságra, tehát mindegyik háromszögben volna ilyen pont.



Elég tehát egy háromszögről megmutatni, hogy nincs benne olyan pont, mely két csúcstól $\sqrt{5}/2$-nél nagyobb távolságra van. Legyen E az AB oldal középpontja, O a négyzet középpontja és nézzük az $AOE\Delta$-et. A-tól legmesszebb az O pontja van, távolsága $1/\sqrt{2}$. B-től a háromszög A csúcsa van legmesszebb, 1 távolságra. C-től a legtávolabbi pont szintén A, távolsága $\sqrt{2}$, ez $\sqrt{5}/2$-nél nagyobb. Végül D-től a háromszög E csúcsa fekszik legmesszebb, éppen $\sqrt{5}/2$ távolságra.

Ezzel pontosabban azt bizonyítottuk be, hogy a négyzetben levő pontoknak a négy csúcstól vett távolsága közül a legnagyobb legfeljebb $\sqrt{2}$, a második legfeljebb $\sqrt{5}/2$, a harmadik legfeljebb 1 lehet, és a legkisebb is elérheti az $1/\sqrt{2}$ értéket. De fordítva is: van olyan pont, amelyik egy csúcstól $\sqrt{2}$ távolságra van: a szemközti csúcs, van olyan pont, mely két csúcstól legalább $\sqrt{5}/2$ távolságra van, például E (C-től és D-től éppen $\sqrt{5}/2$ távolságra van). Három csúcstól legalább 1 távolságra van a negyedik csúcs; végül az O középpont egy csúcshoz sincs $1/\sqrt{2}$-nél közelebb.