

Próbáljuk az egyenlőtlenséget 0-ra redukálni és azután teljes négyzeteket alakítani:

$$\begin{aligned} 2a^4 + 2a^2 - 1 - \frac{3}{2}(a^2 + a - 1) &= \frac{4a^4 + 4a^2 - 2 - 3a^2 - 3a + 3}{2} = \\ &= \frac{4a^4 - 2a^2 + \frac{1}{4} + 3a^2 - 3a + \frac{3}{4}}{2} = \frac{\left(2a^2 - \frac{1}{2}\right)^2 + 3\left(a - \frac{1}{2}\right)^2}{2} \geq 0. \end{aligned}$$

Tehát

$$2a^4 + 2a^2 - 1 \geq \frac{3}{2}(a^2 + a - 1).$$

Egyenlőség akkor és csak akkor áll, ha $a = \frac{1}{2}$.