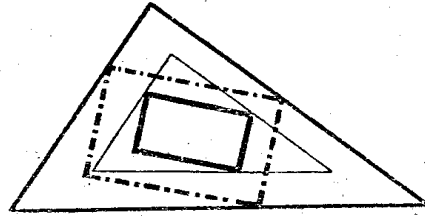
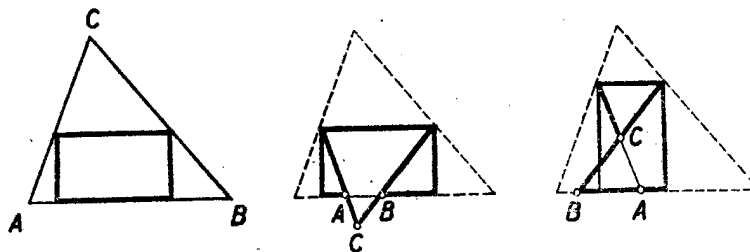


Először is feltehetjük, hogy a téglalap három csúcsa a háromszög oldalain fekszik. Ha ugyanis nem ez volna a helyzet, akkor eltolhatnánk a háromszög oldalait párhuzamosan addig, míg el nem érik a téglalapot,



Így egy kisebb háromszöget kapunk az eredeti belsejében, melynek kerületére esik a téglalap három csúcsa, és mely hasonló az eredetihez. Nagyítsuk ezt ki akkorára, mint az eredeti, akkor kapunk annak belsejében egy téglalapot, mely nagyobb, mint az eredeti és melynek három csúcsa a háromszög oldalán fekszik.

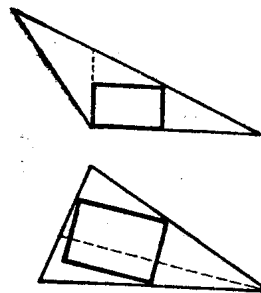
Lehet, hogy ennek a téglalapnak a negyedik csúcsa is a háromszög kerületére esik, ha az eredetinek egy oldala párhuzamos volt a háromszög egyik oldalával. Nézzük meg, hogy az ilyenek közül melyiknek legnagyobb a területe. Összehasonlíthatjuk a téglalap területét a háromszögével úgy hogy a háromszög kimaradó részeit visszahajtjuk a téglalapra. Feküdjék pl. a téglalap egyik oldala az ABC_{Δ} AB oldalán.



Ekkor a téglalapon kívül eső háromszögek visszahajtásánál az A és B csúcsok újra az AB egyenesre esnek, az AC és BC oldalak visszahajtott részei pedig egy egyenesbe essenek, sem hézagot nem hagynak, sem kétszeresen nem fednek. Így vagy az A és B csúcsok újra az AB egyenesre esnek, az AC és BC hajtáskor, vagy kell, hogy a C csúcsú háromszög visszahajtáskor a téglalapon túlnyúljon a visszahajtott A és B csúcsok közt. Mivel a téglalap mindenképpen teljesen le van fedve a háromszög kimaradó részével, így területe nem lehet nagyobb, mint a háromszög területének fele. Egyenlő is csak úgy lehet, ha sem kétszeres fedés, sem túlnyúló részek nem keletkeznek a behajtásnál, ez pedig csak akkor következik be a fentiek szerint, ha a visszahajtott csúcsok egybeesnek. Ez a helyzet akkor, ha a téglalapnak az egy háromszögoldalán fekvő két csúcsával szemben lévő csúcsok a másik két oldal felezőpontjai.

Nézzük végül azt az esetet, ha a téglalapnak csak három csúcsa esik a háromszög kerületére. Ez esetben is beláthatnánk, hogy a háromszög kimaradó részeit a téglalapra visszahajtván, azt teljesen lefedhetjük, s e mellett mindig keletkezik dupla fedés. Körülményes volna azonban különösen az állítás első felének az igazolása. E helyett megpróbáljuk ezt az esetet is az előbbi speciális esetre visszavezetni és így megtakarítani azt, hogy meg kelljen ismételni az előbbi okoskodást.

Ha a téglalap három csúcsa fekszik a háromszög kerületén, akkor is fekkhet egy oldalon két csúcs, ha a háromszög tompaszögű. Az ilyen helyzetű téglalapok közül a legnagyobbak egyik csúcsa a háromszög tompaszögű csúcsába kell hogy essék.



Ha a háromszög különböző oldalaira esik a három csúcs, akkor a téglalap egyik oldala sem párhuzamos a háromszög semelyik oldalával, továbbá van két szomszédos csúcs, mely a háromszög kerületén fekszik. Utóbbi esetben húzzunk merőlegest az ezek közt levő oldalra a háromszög azon csúcsából, melyben az e két csúcsot tartó oldal találkozik; az előbbi esetben hosszabbítsuk meg a téglalapnak azt az oldalát, mely háromszög-csúcsba fut, de nem fekszik a háromszög kerületén.

Mindkét esetben két háromszögre vágtuk az eredetit. Mindkettőben van egy-egy téglalap (a tompaszögű háromszögnél az egyik egy egyenesszakaszra zsugorodott össze), melynek egyik oldala a háromszög egy oldalára esik és

valamelyiknek csak három csúcsa esik az őt tartalmazó részháromszög kerületére. Ebbe az utóbbiba tehát biztos kisebb területű téglalap esik, mint a részháromszög területének a fele, a másik részháromszögbe eső téglalap-rész pedig nem lehet nagyobb annak a részháromszögnek a félterületénél. Így az egész téglalap területe kisebb az egész háromszög területének a felénél. Lehet tehát nála nagyobb téglalapot írni a háromszögbe.

Egy háromszögbe írható legnagyobb területű téglalap tehát félakkora, mint a háromszög és úgy helyezkedik el, hogy egy oldala a háromszög egyik oldalára esik, másik két csúcsa pedig a másik két oldal felezőpontjába. Hegyesszögű háromszögnél mind a három oldalra írhatunk egy-egy ilyen, tehát összesen három különbözőt, tompaszögű háromszögnél azonban ilyen téglalap csak a leghosszabb oldalra írható, tehát csak egy van. Derékszögű háromszögnél a három téglalap közül a két befogóra rajzolt téglalap egybeesik s így csak két különböző téglalapot kapunk.