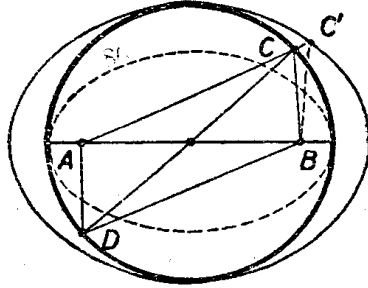


Jelöljük C -vel azt a pontot, ahol a kört elértük. Legyen D az ezzel diametrálisan szemben levő pont a körben: ekkor CD a körnek egy átmérője. $ADBC$ paralelogramma, mert AB és a CD átmérő felezik egymást a kör középpontjában. Így megtett útunk, azaz $AC + CB = AC + AD$ az ADC háromszögből a CD átmérőnél nagyobb, vagy legfeljebb egyenlő vele. Egyenlőség csak akkor állhat elő, ha C az AB pontok által meghatározott átmérő egy végpontja: ekkor tehát utunk éppen a körátmérő hossza, minimális.



Tekintsük most már azon ellipszist, melynek fókuszpontjai A és B , kistengelye az AB által meghatározott körátmérőre merőleges körátmérő. Ez az ellipszis érinti a kört kívülről a kistengely végpontjaiban. Ha az AC úton továbbmegyünk a körtől az ellipszis C' pontjáig és onnan B -be, akkor $BCC'\Delta$ -ből $BC' + CC' \geq BC$, tehát $AC + CB \leq AC + CC' + BC' = AC' + BC'$. Ez az összeg pedig az ellipszis kerületén állandó, ugyanannyi, mint a kistengely végpontjában. Ez tehát az a pontja a körnek, melyben nagyobb a két távolság összege, mint bármely más pontban.

Megjegyzés: A megoldás második feléhez hasonlóan indokolhattuk volna, az első felét is. Ott meg az A és B fókuszpontokhoz a kört belülről érintő ellipszist lehet megrajzolni. Az ezen kívül fekvő pontokat A -val és B -vel összekötő távolságok összege nagyobb, mint az ellipszis kerületén fekvő bármely ponté, vagyis az A -a és B -n átmenő átmérő végpontjaiból húzott távolságok összege kisebb, mint a kör bármely más pontjából húzottaké.

Ezzel a megjegyzéssel könnyen megadhatjuk a választ arra az esetre is, ha A és B két tetszőleges pont a kör belsejében. Akkor is olyan ellipsziseket kell rajzolni, melyeknek gyújtópontja A és B és az egyik belülről, a másik pedig kívülről érinti a kört. A két érintési pont adja a maximális, illetve minimális távolság-összeget szolgáltató pontokat. A bizonyítás szó szerint ugyanúgy végezhető, mint a fenti speciális esetben csak a pontok megszerkesztése lényegesen nehezebb és általában csak körző és vonalzó segítségével nem is oldható meg.