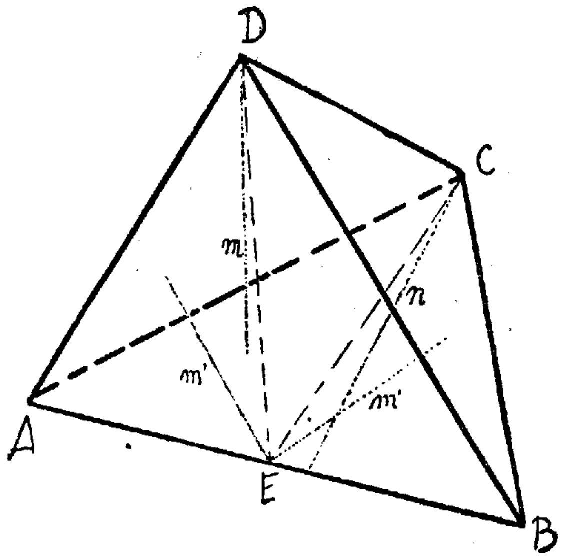
A feladatba sajtóhiba csúszott, mivel azonban legtöbben ezt maguktól ki tudták javítani, közöljük a megoldását. Többen abba a hibába estek, hogy két kitérő egyenes közül az egyiken át mindig lehet a másik egyenesre merőleges síkot fektetni. Próbáljuk meg ezt két majdnem párhuzamos egyenes esetén! Ugye nem megy? Bizonyításuk gondolatmenete azonban így is jó (Ld. II. megoldás).

I. megoldás. A szögfelező sík 2 tetraéderre osztja az eredeti tetraédert, legyen köbtartalmuk k_1, ill. k_2. Legyen a tetraéder D-ből húzott magassága m, az $ABC\triangle$ C-ből húzott magassága n (47. ábra).



47. ábra

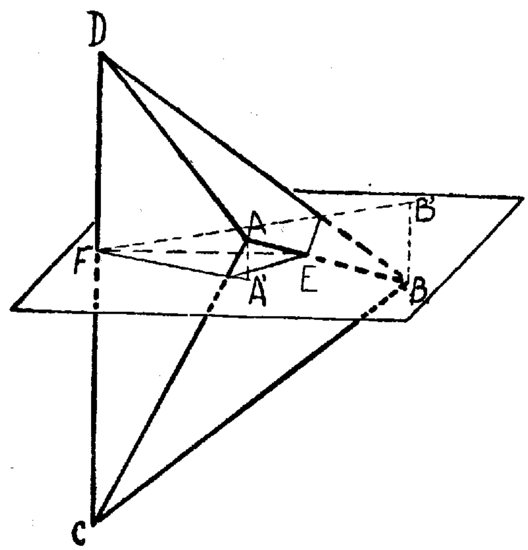
Ekkor: $k_1 = AEmn/6$ és $k_2 = BEmn/6$, ebből: $k_1 : k_2 = AE : BE$. $ADCE$ tetraéder és $BCDE$ tetraéder E-ből húzott magassága egyenlő, mert a szögfelező sík bármely pontja a szöget alkotó két síktól egyenlő távolságra van, jelöljük m'-vel. $k_1 = \dfrac{t_{ACD\triangle} \cdot m'}{3}$ és $k_2 = \dfrac{t_{BCD\triangle} \cdot m'}{3}$, ebből:

$$k_1 : k_2 = t_{ACD\triangle} : t_{BCD\triangle}.$$

A két egyenlet alapján: $AE : BE = t_{ACD\triangle} : t_{BCD\triangle}$.

Aradi Emil (Szentendrei rk. gimn. VIII. o.)

II. megoldás: Fektessünk E-n át CD-re merőleges síkot (48. ábra).



48. ábra

Messe ez F-ben CD-t. Bocsássunk A-ból és B-ből erre a merőleges síkra merőlegeseket, legyen talppontjuk A' és B'. Ezek benne vannak az ACD, ill. BCD háromszög síkjában, mert $AA' || CD || BB'$. Így FA', ill. FB' az $ACD_\triangle$, ill. $BCD_\triangle$ CD-re bocsátott magasságával egyenlő hosszú, másrészt az $A'FB'$ háromszögben EF szögfelező. Így $2t_{ACD\triangle} = CD \cdot A'F$, $2t_{BCD\triangle} = CD \cdot B'F$ másrészt: $A'F \cdot BF = A'E : B'E = AE : BE$. A kettőből következik állításuk.