

I. megoldás: Jelöljük a zuhanykarok számát x -szel, az egész fűtési időt T -vel. Akkor:

$$3x + 12 \cdot \frac{100}{x} = T.$$

x azon pozitív egész értékét keressük, mely mellett T a lehető legkisebb.

$$3x^2 - Tx + 1200 = 0$$
$$x_{1,2} = \frac{T \pm \sqrt{T^2 - 12^2 \cdot 10^2}}{6}$$

Ez x -re csak akkor ad valós, vagy 0 megoldást, ha a gyökjel alatt pozitív szám áll, így T^2 lehető legkisebb értéke: $T^2 = 12^2 \cdot 10^2$. Ebből $T = 120$ (mert negatív nem lehet). Ezt az x egyenletébe helyettesítve $x = 20$, ami egész szám, tehát a példa feltételei mellett 20 zuhanykar gazdaságos.

Szépfalusy Péter (Szeged, „Dugonics András” gimn. VII. b. o.)

II. megoldás: Ha a zuhanykarok száma x , a csoportoké y , fennáll $xy = 100$. A fűtés ideje $n = 3x + 12y = 3(x + 4y)$. A számtani és mértani közép egyenlőtlensége folytán

$$\frac{x + 4y}{2} \geq \sqrt{4xy} = 20$$

Az egyenlőség akkor áll fenn, ha $x = 4y$, ekkor $x = 20$, $y = 5$ és $n = 120$ perc = 2 óra. Ha volna töredékcsoport, akkor $xy > 100$, tehát $\frac{x + 4y}{2} > 20$ volna, így valóban 20 zuhanykar a leggazdaságosabb.

Gehér László (Zalaegerszegi gimn. VII. o.)

Megjegyzés: Az első megoldás kivételével a megoldók feltették, hogy x -en kívül $\frac{100}{x}$ is egész. Néhányan éppen ebből indultak ki és végigpróbták x lehetséges értékeit. Ez a megoldás szerencsés akkor, hogyha biztosítva van, hogy *véges számú próbálgatással* feleletet kapunk egy kérdésre, akkor ezeknek a eseteknek a kipróbálása egy biztos út a válasz megadására. Esetünkben azonban elképzelhető, hogy a leggazdaságosabb megoldás mellett az utolsó csoport már nem veszi igénybe az összes zuhanyt. Ha 4 perc előmelegítést számítunk, már ilyen esetre jutunk. A második megoldáshoz fűzött kiegészítésünk mutatja, hogy lehetett volna ezt a lehetőséget is tekintetbe venni.