

Egy szám négyzetének utolsó néhány jegyére csak az alap végén ugyanannyi számjegy van befolyással, mert  $(10^k a + b)^2 = 10^k(10^k a^2 + 2ab) + b^2$ . Így a keresett számok utolsó jegye csak 0, 1, 5 vagy 6 lehet, mert ezeknek végződik a négyzete is ugyanerre a jegyre.

Keressük most az utolsó előtti jegyet. Ha az utolsó jegy 0,  $(10x + 0)^2 = 100x^2$ , tehát csak  $x = 0$  lehet az utolsó előtti.  $(10y + 1)^2 = 100y^2 + 20y + 1$ , tehát  $2y = y$ ,  $y = 0$  kell legyen. Ha az utolsó jegy 5,  $(10z + 5)^2 = 100(z^2 + z) + 25$ , tehát  $z = 2$ . Végül, ha az utolsó jegy 6,  $(10u + 6)^2 = 100(u^2 + u) + 10(2u + 3) + 6$ , tehát  $2u$ -tól  $+3$  csak 10 többszörösében térhet el  $u$ -tól, más szóval  $10|(u + 3)$ ,  $u = 7$ .

Így a 00, 01, 25, 76 végű számoknak végződik a négyzete ugyanerre a két jegyre.

**Megjegyzés:** A 01, 25, 76-ra végződő tizedes törtek négyzete is ugyanezekre a számjegyekre végződik. (A 00-t nem tekinthetjük tizedestört „végződés”-nek.) Sőt GACSÁLYI SÁNDOR helyesen jegyzi meg, hogy a megállapított számoknak nemcsak második, hanem minden magasabb egész kitevős hatványa is ugyanazokra a jegyekre végződik, mint az alap. (1 pont) GEHÉR LÁSZLÓ egy olyan megoldással küldte be feladatát, mely nem bontja jegyeire a keresett számot. ( $2 \times 3$  pont.) Keressétek meg ezt a megoldást is!