I. megoldás: Egy egész számokra vonatkozó azonosság bizonyítására mindég kézenfekvő a teljes indukció: $n=1$-re az állítás: $1\cdot(a-1)=1\cdot 2\cdot(3a-2-1)/6$, ami igaz. Tegyük fel, hogy valamely n értékre már tudjuk az azonosság helyességét, megmutatjuk, hogy ebből következik az azonosság helyessége a következő egész számra, $n+1$-re is. Feltétel szerint

$$\begin{gathered}\big\{1\cdot(a-1)+2\cdot(a-2)+\ldots+n(a-n)\big\}+(n+1)(a-n-1)=\\ =\frac{n(n+1)(3a-2n-1)}{6}+(n+1)(a-n-1)=\big\{(n+1)/6\big\}[3an-2n^2-\\ -n+6a-6n-6]=\big\{(n-1)/6\big\}\cdot[3an+6a-2n^2-7n-6]=\\ =\big\{(n+1)/6\big\}\big[3a(n+2)-(n+2)(2n+3)\big]=\\ =\frac{(n+1)(n+2)(3a-2n-3)}{6}=\frac{(n+1)(n+2)(3a-2(n+1)-1)}{6},\end{gathered}$$

tehát valóban visszanyertük a bizonyítandó formulát, csak n helyébe $n+1$-et írva.

a helyébe $n+1$-et írva, nyerjük a második azonosságot.

$a=1$-et írva és (-1)-gyel szorozva viszont az ugyancsak

érdekes $1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+\ldots+(n-1)n=(n-1)n(n+1)/3$ összefüggést kapjuk, amihez $1+2+3+4+\ldots+n=(n+1)/2$-t adva, nyerjük a számok négyzetösszegére már ismert kifejezést. (Természetesen legkönnyebb lett volna azt is teljes indukcióval bizonyítani, ha már ismerjük a végeredményt. De valakinek arra is rá kellett jönnie, hogy mi ez a végeredmény.)

II. megoldás: Ha a számok négyzetösszegét már ki tudjuk egyszerűbben számítani, akkor

$$\begin{gathered}1\cdot(a-1)+2\cdot(a-2)+3\cdot(a-3)+\ldots+n\cdot(a-n)=\\ =a+2a+3a+\ldots+na-(1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2)=\\ =n(n+1)a/2-n(n+1)(2n+1)/6=\frac{n(n+1)(3a-2n-1)}{6},\end{gathered}$$

amiből helyettesítéssel nyerjük ismét a második azonosságot.