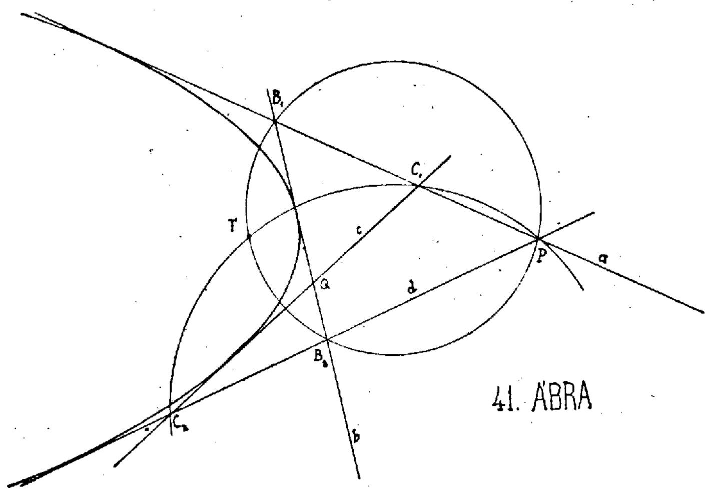
A négy egyenes közül kettő olyan helyzetű, hogy egy oldalára esik a másik háromnak mindhárom metszéspontja. Ezeket nevezzük el a és d-nek; c legyen az, melynek a-val való metszéspontja az a-n levő három metszéspont közül középre esik, a negyedik legyen b. Jelöljük a és d, illetve b és c metszéspontját P ill. Q-val, a-nak, ill. d-nek b és c-vel való metszéspontját B_1, C_1 ill. B_2, C_2-vel (41. ábra).



41. ÁBRA

Rajzoljunk egyrészt a $PB_1B_2\triangle$, másrészt a $PC_1C_2\triangle$ köré kört. Mindkét kör belsejében van a másiknak pontja: az előbbiben C_1 az utóbbiban B_2, így P-n kívül még egy metszéspontjuk van. Jelöljük ezt F-fel. Megmutatjuk, hogy $B_1FC_1\sphericalangle = B_1QC_1\sphericalangle$, vagyis a $QB_1C_1\triangle$ köré írt kör átmegy F-en is. Ebből a-t d-vel, b-t c-vel felcserélve nyerjük, hogy a $QB_2C_2\triangle$ köré írt kör is átmegy F-en.

$$B_1FC_1\sphericalangle = B_1FP\sphericalangle - C_1FP\sphericalangle; \quad B_1FP\sphericalangle = B_1B_2P\sphericalangle \quad \text{és} \quad C_1FP\sphericalangle = C_1C_2P\sphericalangle,$$

mint közös íveken nyugvó kerületi szögek, másrészt: $B_1B_2P\sphericalangle = C_1C_2P\sphericalangle + B_2QC_2\sphericalangle = C_1C_2P\sphericalangle + B_1QC_1\sphericalangle$, mint háromszög külső szöge. Ezekből következik állításunk.

Megjegyzések: 1. Jánossy M. a Simson egyenesek tételének megfordításával kívánja bizonyítani a feladat állítását. Érdemes, komoly munkával (2 pont) részletes bizonyítást ad, de hiányzik annak megfontolása: megfordítható-e a tétel, s ha igen, hogyan szól a megfordítása.

Egy dolgozat kevésbé ismert tételeknek csak nevére hivatkozik, még a tétel állítását sem említve. Fel kell hívnunk olvasóink figyelmét, hogy *a feladatmegoldások nem a szerkesztőség számára készülnek, hanem egymásnak kell elmondaniuk a lapon keresztül, amire rájöttek.* Így az ilyenfajta megoldások nem elegendők.

2. Várható, hogy az F pontnak van valami szorosabb kapcsolata a négy egyenessel, s úgy is van. A négy egyeneshez rajzolható egy olyan parabola és csak egyetlen egy, melynek mind a négy egyenes érintője. Ennek a parabolának fókusza F (ezért is jelöltük így). Az irányvonalának is van valami hasonló tulajdonsága az meg átmegy mind a négy háromszög magassági pontján. (Lásd 168. feladat.)