a) 7 egymásutáni szám közt mindig van 7-tel osztható, tehát biztosan osztható 7-tel a szorzatuk, tehát x minden egész értékére a következő szorzat is:

$$(x-3)(x-2)(x-1)x(x+1)(x+2)(x+3)=$$
$$=x^7-x+(-14x^5+49x^2-35x).$$

Könnyű látni, hogy a kifejezés minden egész x-re osztható az első 7 szám szorzatával: $7\,!=5040$-nel is. 7-tel osztható marad a kifejezés, ha elhagyunk belőle olyan tagokat, melyek együtthatója osztható 7-tel; tehát az x^7-x kifejezés is minden egész x-re osztható 7-tel.

b) 4 egymásutáni szám közt mindig van egy 3-mal, meg egy 4-gyel osztható (és még egy páros), tehát

$$x(x+1)(x+2)(x+3)=x^4-x^2+6x(x+1)^3$$

mindig osztható 12-vel ($4\,!=24$-gyel is). A második tagban vagy x, vagy $x+1$ páros, s így az külön is osztható 12-vel, tehát $x^4-x^2=(x-1)x^2(x+1)$ mindig osztható 12-vel, ami közvetlenül is könnyen belátható.

Megoldotta: Gacsályi S., Gehér L., Kővári T., Vermes R.