

Legyenek a háromszög oldalai  $a \geq b \geq c$ .  $b + c > a$  kell legyen, tehát  $b$  mindig nagyobb mint  $\frac{a}{2}$ . A legkisebb ilyen egészszám  $\left[\frac{a}{2}\right] + 1$ .  $b$  lehetséges értékei tehát  $\left[\frac{a}{2}\right] + 1, \left[\frac{a}{2}\right] + 2, \dots, a$ ;  $c$  pedig  $a - b + 1$ -től  $b$ -ig mehet, tehát adott  $b$  mellett  $2b - a$  különböző értéket vehet fel. Így az összes olyan egész háromszögek száma, melynek leghosszabb oldala  $a$ :

$$N_a = \left(2 \left[\frac{a}{2}\right] - a + 2\right) + \left(2 \left[\frac{a}{2}\right] - a + 4\right) + \left(2 \left[\frac{a}{2}\right] - a + 6\right) + \dots + a.$$

Ez számtani sor, a tagok száma,  $b$  különböző lehetséges értékeinek száma:  $a - \left[\frac{a}{2}\right]$ , tehát

$$N_a = \frac{\left(a - \left[\frac{a}{2}\right]\right) \left\{ \left(2 \left[\frac{a}{2}\right] - a + 2\right) + a \right\}}{2} = \left(a - \left[\frac{a}{2}\right]\right) \left(\left[\frac{a}{2}\right] + 1\right)$$

$$\begin{aligned} \text{Ha } a \text{ páros: } a = 2n \quad N_{2n} &= n(n+1), \\ \text{ha } a \text{ páratlan: } a = 2n+1 \quad N_{2n+1} &= (n+1)^2, \end{aligned}$$

$$N_{2n+1} - N_{2n} = (n+1)(n+1) - n(n+1) = n+1$$

$$N_{2n+2} - N_{2n+1} = (n+2)(n+1) - (n+1)(n+1) = n+1,$$

tehát az  $N_1, N_2, N_3, \dots$  sorozat szomszédos tagjainak különbsége, az elején egyedülálló 1-től eltekintve, minden második esetben nő 1-gyel:

$$\begin{array}{rcccccccccccccccc} N_k : & 1 & 2 & 4 & 6 & 9 & 12 & 16 & 20 & 25 & 30 & 36 & 42 & 49 & \dots \\ N_{k+1} - N_k : & 1 & 2 & 2 & 3 & 3 & 4 & 4 & 5 & 5 & 6 & 6 & 7 & \dots \end{array}$$

*Gacsányi Sándor* (VIII. o.)

*Megoldotta:* Gehér L., Kővári T.