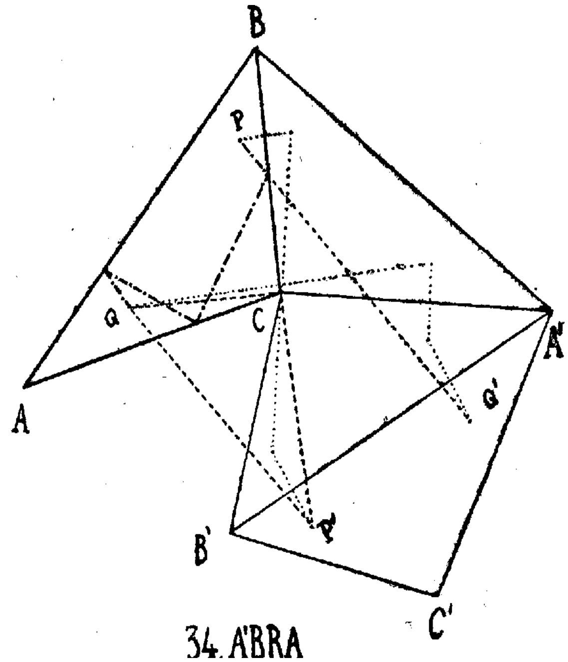
Rajzoljunk az $ABC_{\triangle}$-be egy tetszőleges utat, mely a háromszög egy adott P pontjából, mindhárom oldal érintése után, az adott Q pontba érkezik. (34. ábra.)



34. ÁBRA

Ezt az utat teregessük ki úgy, hogy a háromszöget sorra tükrözzük a BC, CA, AB oldalaira. Legyen az utolsó háromszögben a Q-nak megfelelő pont Q'. Ekkor a megtett út akkor a legrövidebb, ha épp a PQ' egyenest kapjuk kiteregetés után. Előfordulhat azonban, hogy ez az egyenes részben kívül megy az egymáshoz illeszkedő négy háromszög területén. Ekkor az egyenes egy–egy kívül haladó szakasza, meg a négy háromszögből álló idom (hatszög) körvonalának egy darabja konvex idomot zárnak körül (három, esetleg négyszöget.) Ez esetben a legrövidebb út, mely P-ből Q'-bevezet, végig a háromszögek területén, az a törtvonal, mely átmegy azon a csúcson, vagy azokon a csúcsain a kiteregetett hatszögű idomnak, melyek egy–egy ilyen körülzárt idom kerületén fekszenek, mely a PQ' egyenes meghúzásával keletkezik.

Azon utak közül, melyek P-ből kiindulva előbb a BC, azután a CA és végül az AB oldalakat érintik, minden esetben az lesz tehát a legrövidebb, mely a fönti egyenesnek, illetőleg törtvonalnak az $ABC_{\triangle}$-be való visszatükrözésével keletkezik. Mivel az oldalakat hat különböző sorrendben lehet érinteni, mind a hat sorrendhez tartozó legrövidebb utat meg kell néznünk és ezek közül a legrövidebbet kiválasztani. Ehhez elég három szerkesztés, mert a fordított BA, AC, CB érintési sorrendnek nyilván a P' és Q közti legrövidebb út felel meg a fenti szerkesztésben.

Kővári Tamás (Bp. Evangélikus gimn. VIII. o.)

Megoldotta: Gacsányi S., Gehér I., Haris B., Horváth Sz.
Elég jók: Aczél L., Fried E., Párkány M.

Megjegyzés: Érdekes megfigyelni, hogy mennyire hagyjuk magunkat nem csak vezetni, félrevezetni is a rajztól. Így érthető, hogy senkiben sem merült fel az a kérdés, hogy PQ' szakasznak lehet része a háromszögön kívül is, mert mindenki szabályoshoz közel álló háromszöget szokott rajzolni. Célszerű az ilyen rajzokat tompaszögű háromszöggel is megrajzolni.

A megoldók nagy része megint csak azt árulta el, ő hogy csinálná, az egyik őszintén meg is mondja „*szerintem* az a legrövidebb út" ezek közt az ajánlatok közt igen változatosak vannak, így azután valóban maga a kitalálója sem lehet biztos a dolgában, míg valamennyire nem indokolja, hogy mért gondolja az ajánlott megoldást jónak.

Érdekes Kónya József próbálkozása. Ő először merőlegest bocsát a két pontból a legközelebb fekvő oldalakra (nem veszi észre, hogy az ugyanaz is lehet) és a két talppontot összeköti a harmadik oldal érintésével a legrövidebb úton, tehát azon, amin egy fénysugár is haladna. Itt azonban nem áll meg, mint sokan, hanem most a harmadik oldalon való visszaverődési pontot változatlanul tartva a két talppont elmozdításával rövidít a megtett úton. Aztán megint ezt a két pontot tartja változatlanul és a harmadik oldalon lévőt változtatja. Ezzel az eljárással valóban egyre közelebb jutunk az egyik minimális úthoz. Csupán becsületszóra azonban ezt sem állíthatjuk, bizonyítani meg nem bizonyítja. 1 pontot érdemel.

A megoldás simábbik esetben – amikor nem kell csúcsokat belevenni a pályába – ebben az esetben is annak felel meg, ahogy a fénysugár három tükröző lapon való visszaverődés után jut P-ből Q-ba. Ezt állítja Haris Béla is és azzal próbálja igazolni, hogy ha valamelyik ütközési pontot elmozdítjuk, azzal a pálya hossza mindig növekszik. Megfeledkezik azonban arról, hogy ha egy pontot elmozdított, akkor már az egyenlő szögek nem maradtak egyenlők, s így elképzelhető volna, hogy a második, vagy harmadik visszaverődési pont már úgy mozdítható el, hogy az előzőleg okozott növekedésnél is többel csökken a teljes út hossza. Gondolata azonban nem terméketlen. Helyes megoldást lehet belőle csinálni, s így 1 pontot megérdemel.