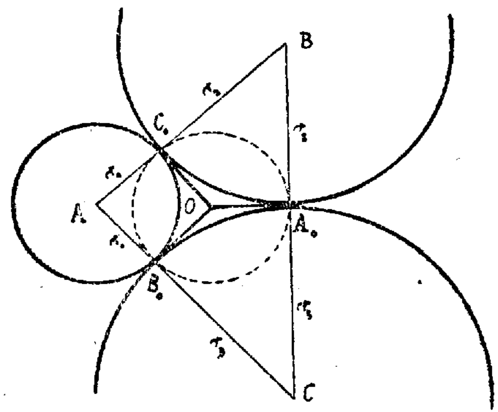
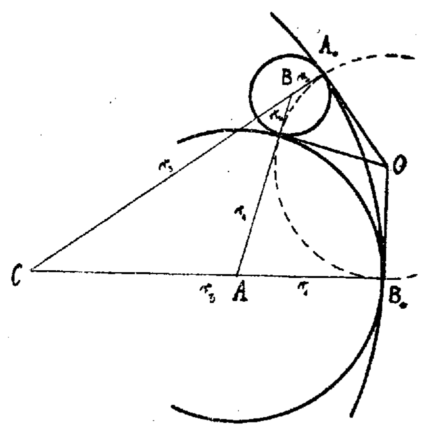
I. Megoldás: Legyen a három adott pont A, B, C. Ha a három pont egy egyenesbe esik, akkor az egyik körül tetszőlegesen rajzolhatunk kört. A másodikból egy ezt érintő kört, végül a harmadikból az érintési pontjukon át egy kört.

Ha a három pont nem esik egy egyenesre, akkor az érintési pontok az ABC háromszög oldalaira (esetleg meghosszabbításukra) esnek. (30. ábra.)



30.a. ábra



30.b. ábra

A BC, CA, AB oldalon fekvő érintési pontokat jelöljük A_0, B_0, C_0-val, az A, B, ill. C körüli kör sugarát r_1, r_2, r_3-mal. Ha A_0, B_0, C_0 az oldalak belső pontjai, akkor $r_2 + r_3 = a$, $r_3 + r_1 = b$, $r_1 + r_2 = c$ kell, hogy legyen. Megfordítva, ha ilyen távolságokat találunk, akkor a velük rajzolt körök páronként érintik egymást. Az egyenletek szimmetrikusak, így célszerű egy olyan egyenletet csinálni belőlük, melyben egymagában is szimmetrikusan szerepel a három ismeretlen. A három egyenletet összeadva, $r_1 + r_2 + r_3 = \dfrac{a+b+c}{2}$. A jobb oldalon szereplő fél kerületet jelöljük – szokás szerint – s-sel. A fenti egyenleteket sorra levonva: $r_1 = s - a$, $r_2 = s - b$, $r_3 = s - c$. Az oldalak meghosszabbításán csak két érintési pont lehet egyidejűleg. Legyen ez pl. B_0 és C_0. Ekkor $r_1 = c + r_2 = b + r_3$, $r_2 + r_3 = a$; $2r_1 = c + r_2 + b + r_3 = a + b + c$; $r_1 = s$, $r_2 = s - c$, $r_3 = s - b$. Hasonlóan nyerünk további két megoldást: $r_1 = s - c$, $r_2 = s$, $r_3 = s - a$ és $r_1 = s - b$, $r_2 = s - a$, $r_3 = s$.

Megoldotta: Csernók L., Czibere T. és Nagy F., Gehér L., Gősy S., Haris B., Jankó B., Markó J., Neszményi A., Párkány M., Salamon Á., Suschny Marianna.

II. Megoldás: A 60. és 61. feladatban (megoldását lásd a májusi feladatíven) megmutattuk, hogy két adott körhöz azok a pontok, melyekből mindkettőhöz egyenlő hosszú érintők húzhatók, egy egyenesen, a két kör hatványvonalán vannak. Három körnek pedig páronként meghúzva a hatványvonalát, ezek egy ponton mennek keresztül, a három kör hatványpontján. Egymást érintő körök közös érintője nyilván hatványvonala a két körnek.

Tegyük fel, hogy a feladatot már megoldottuk. Az elmondottak szerint a közös érintők, tehát – az I. megoldás jelölését használva – az A_0, B_0, C_0 pontban az $ABC_\triangle$ oldalaira emelt merőlegesek, közös ponton mennek keresztül. Ezt O-val jelölve: $OA_0 = OB_0 = OC_0$. Az A_0, B_0, C_0 egy olyan körnek a három érintési pontjai, mely mindhárom oldalt érinti. Ilyen kör négy van: egy, mely mindhárom oldalt belülről érinti és három, mely 1–1 oldalat belső pontjában érint, a másik kettőnek pedig a meghosszabbítását.

Megoldotta: Bay Á., Csiszár L., Danner Zsuzsanna, Dein P., Fried E., Gacsályi S., Glatz J., Gombócz K., Horváth Sz., Kánya J., Kovács Györgyi, Kovács J., Kővári T., Markó J., Marty J., Mile K., Réthy Eszter, Róna P., Szépfalussy P., Szeleczky Sz., Személyi J., Tarnóczi T., Tihanyi L., Vermes R., Vígh Magdolna, Vörös M.

Megjegyzés: Azt az esetet, ha a három adott pont egy egyenesbe esik, érdemlegesen senki sem vizsgálta. Legtöbben csak az első megoldást vették észre. Neszmélyi A. ezt nem tudta elképzelni, csak a másik hármat. Kovács Györgyi és Tihanyi László külön kapnak 1–1 pontot, mert mind a négy megoldást számba vették.