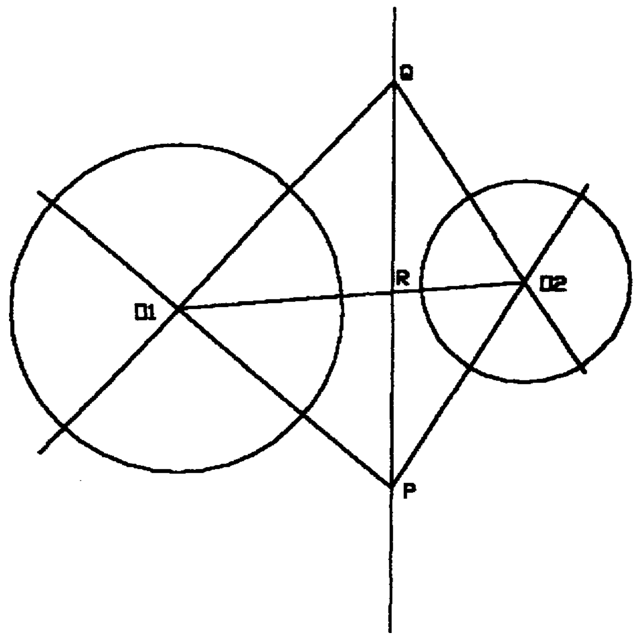

a) Húzzunk P és Q-ból szelőket O_1, illetve O_2-n keresztül. Ekkor a hatvány definiciója értelmében ${PO_1}^2 - {r_1}^2 = {PO_2}^2 - {r_2}^2$; ${PO_1}^2 - {r_1}^2 = {QO_2}^2 - {r_2}^2$, vagyis ${PO_1}^2 - {QO_1}^2 = {PO_2}^2 - {QO_2}^2$, másképp ${PO_1}^2 - {QO_2}^2 = {PO_2}^2 + {QO_1}^2$ vagyis PO_1QO_2 négyszög szemközti oldalainak négyzetösszege megegyezik, tehát PQ és O_1O_2 átlói merőlegesek egymásra.

b.) Jelentse R a PQ és az O_1O_2 metszéspontját. Az RO_1 és az RO_2 szelőkre nézve: ${RO_1}^2 - {r_1}^2 = {PO_1}^2 - PR^2 - {r_1}^2$, ${RO_2}^2 - {r_2}^2 = {PO_2}^2 - PR^2 - {r_2}^2$, s így ${PO_1}^2 - {r_1}^2 = {PO_2}^2 \cdot {r_2}^2$ miatt ${RO_1}^2 - {r_1}^2 = {RO_2}^2 - {r_2}^2$ vagy R-nek k_1-re és k_2-re való hatványa megegyezik. Legyen S PQ tetszés szerinti pontja, akkor ${SO_1}^2 - {r_1}^2 = {RO_1}^2 - SR^2 - {r_1}^2$ és ${SO_2}^2 - {r_2}^2 = {RO_2}^2 + SR^2 - {r_2}^2 = {SO_1}^2 {r_1}^2$, mert ${RO_2}^2 - {r_2}^2 = {RO_1}^2 - {r_1}^2$.
Legyen T olyan pont, melyre ${TO_1}^2 - {r_1}^2 = {TO_2}^2 - {r_2}^2$. Legyen T-nek O_1O_2-re való vetülete T'. Ekkor ${TO_1}^2 - {r_1}^2 = T'O_1^2 + T'T^2 - {r_1}^2 = {TO_2}^2 - {r_2}^2 = {T'O_2}^2 + T'T^2 - {r_2}^2$, vagyis $T'\ {O_1}^2 - {r_1}^2 = {T'O_2}^2 - {r_2}^2$. Az O_1O_2 egyenes T' pontjának k_1 és k_2-re vonatkozó hatványa egyenlő, tehát $T' = R$, T rajta van PQ-n.

c) A k és k_1, illetve k és k_2 hatványvonalainak metszéspontja legyen M. Ekkor M-nek k_1 és k_2-re vonatkozó hatványa ugyanaz, mint M-nek k-ra vonatkozó hatványa, tehát a k_1 és k_2-re vonatkozó hatványa egyenlő, vagyis rajta van a PQ egyenesen.

d.) A c.) alapján lehet k_1 és k_2 hatványvonalát megszerkeszteni. Egy k körrel metszük ki k_1 és k_2-t hatványvonalaik metszéspontjából O_1 és O_2-re merőlegest kell szerkeszteni.