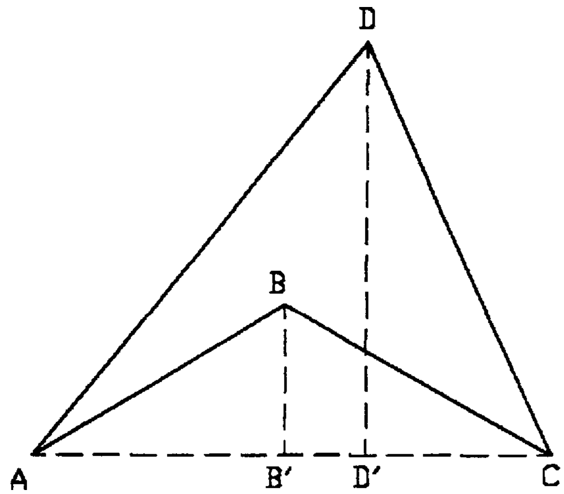
Számítsuk ki tetszésszerinti négyszög esetén az

$$AB^2 - BC^2 + CD^2 - AD^2$$

kifejezés értékét!
Vetítsük e célból a B és D csúcsokat az AC átlóra, legyen B' és D' a talppontjuk:



$$AB^2 - BC^2 = AB'^2 + BB'^2 - B'C^2 - BB'^2 = AB'^2 - B'C^2 = (AB' + B'C) \cdot (AB' - B'C).$$

Hasonló számolással:

$$CD^2 - AD^2 = -(AD' + D'C) \cdot (AD' - D'C).$$

Így tehát:

$$AB^2 - BC^2 + CD^2 - AD^2 = AC(AB' - B'C - AD' + D'C) =$$

$$= AC(-B'D' - B'D') = -2AC \cdot B'D'.$$

$AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$, tehát $B'D' = 0$, ami akkor és csakis akkor következik be, ha $BD \perp AC$.