

$$\text{II-ből: } \frac{1}{x} = 1 - \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{yz - z - y}{yz} \text{ és } x = \frac{yz}{yz - z - y}.$$

$$\text{Ezt I-be téve: } \frac{yz}{yz - y - z} + y + z = 1.$$

Ezt rendezve:

$$(IV) \quad (y + z)[yz - (y + z) + 1] = 0.$$

Két eset lehetséges:

a.) $y + z = 0$, ekkor I-ből $x = 1$ és $y = -z$ folytán III-ből $xyz = 1$.

$(-z)z = -z^2 = a$, $z = \pm\sqrt{-a}$, $y = \mp\sqrt{-a}$, $x = 1$. Ez két megoldást jelent.

b.) $yz - (y + z) + 1 = 0$.

Ezt x -szel szorozva I és III-at tekintetbe véve:

$$xyz - x(y + z) + x = a - x(1 - x) + x = a + x^2 = 0.$$

Innen $x = \pm\sqrt{-a}$. Továbbá $y + z = 1 - x$, $yz = \frac{a}{x} = \frac{a}{\pm\sqrt{-a}} = -x$ lévén y és z a következő másodfokú egyenlet gyökei:

$$_{}^2 - (1 - \square)_ - \square = 0.$$

Innen $u = \frac{1 - x \pm (1 + x)}{2}$, $y = u_1 = 1$, $z = u_2 = -x = \mp\sqrt{-a}$.

Tehát: $x = \pm\sqrt{-a}$, $y = 1$, $z = \mp\sqrt{-a}$.

Ez ugyanaz, mint az (a.) esetben, csak az ismeretlenek értékei cserélődtek egymás között. Az ismeretlenek szimmetrikusak lévén, megoldás még a következő is: $x = \pm\sqrt{-a}$, $y = \mp\sqrt{-a}$, $z = 1$. Tehát összesen hat megoldás van.