a) Az (1) egyenlőtlenséget 2-vel szorozva a

$$2 < 2x < a \tag{1'}$$

egyenlőtlenséghez jutunk, míg (2) szerint $a < 2x < a^2$.

$2x$ pontosan akkor tesz eleget mindkét egyenlőtlenségnek, ha nagyobb mindkét intervallum alsó végpontjának értékénél, de kisebb mindkét felső értéknél. Hogy ilyen x létezzen, ahhoz a következő négy egyenlőtlenségnek kell teljesülnie:

$$2 < 2a, \quad 2 < a^2, \quad a < 2a, \quad a < a^2.$$

A feltétel szerint $a > 1$, amiből következik, hogy az első, harmadik és negyedik egyenlőtlenség nyilvánvalóan teljesül. A második egyenlőtlenség már nem teljesül mindig; ha pl. $a = 1,4$, akkor $a^2 = 1,96 \not> 2$.

Az a) kérdésre tehát a válasz: *nincs.*

b) Most olyan x értékeket keresünk, amelyekre

$$a < 2x < a^2 \quad \text{igaz, de}$$

$$2 < 2x < 2a \quad \text{nem igaz.}$$

Ehhez az szükséges, hogy az (a, a^2) intervallumnak legyen pontja a $(2, 2a)$ intervallumon kívül. Ez vagy úgy lehetséges, hogy $a < 2$, vagy úgy, hogy $2a < a^2$ — ez utóbbi $2 < a$ alakba írható. Mivel $a \neq 2$ a feltétel szerint, az előző két egyenlőtlenség közül valamelyik biztosan teljesül. Tehát *mindig van* olyan x, amelyik (2)-nek eleget tesz, de (1)-nek nem.

Megjegyzések. 1. A beküldők egy részének nem volt világos, hogy a megoldásokat az a paraméter függvényében keressük.

2. A b) résznél pontosan azt kellett belátni, hogy az a paraméter *tetszőleges* megengedett értéke mellett mindig *csak* az (1) egyenlőtlenséget kielégítő x-eket kapunk.