

Jelölje n az utolsó tagot a 3000-es összegben, k pedig a kifejezett számot. Nyilván $1 \leq k < n$.

Ha Balázs 1-től n -ig minden egész számot összeadott volna, akkor az összeg egyrészt $\frac{n(n+1)}{2}$, másrészt $3000 + k$ lett volna. Ezek szerint $k = \frac{n(n+1)}{2} - 3000$, továbbá

$$1 \leq \frac{n(n+1)}{2} - 3000 < n.$$

Ebből következik, hogy

$$n^2 + n - 6002 \geq 0$$

$$\text{és } n^2 - n - 6000 < 0.$$

A két egyenlőtlenség megoldása (figyelembe véve, hogy $n > 1$):

$$n \geq \frac{-1 + \sqrt{24009}}{2} \approx 76,97,$$

$$\text{illetve } n < \frac{1 + \sqrt{24001}}{2} \approx 77,96.$$

Mivel n egész szám, csak $n = 77$ elégíti ki mindkét egyenlőtlenséget. Tehát a kifejezett szám

$$k = \frac{77 \cdot 78}{2} - 3000 = 3.$$