*Oldjuk meg a következő egyenletet:*

$$\sin(x+15°)+\sin(x+45°)+\sin(x+75°)=\sin 15°+\sin 45°+\sin 75°. \tag{1}$$

**Megoldás.** A $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$ azonosságot alkalmazzuk az $\alpha=x+75°,\ \beta=x+15°$ választásával az (1) egyenlet bal oldalán:

$$\sin(x+75°)+\sin(x+15°)=2\sin(x+45°)\cdot\cos 30°.$$

Ismét alkalmazzuk az azonosságot $\alpha=75°$ és $\beta=15°$ választással az (1) egyenlet jobb oldalán,

$$\sin 75°+\sin 15°=2\sin 45°\cdot\cos 30°.$$

Így (1) a következőképpen írható:

$$2\sin(x+45°)\cos 30°+\sin(x+45°)=2\sin 45°\cdot\cos 30°+\sin 45°.$$

Kiemelve $\sin(x+45°)$-t a bal, $\sin 45°$-t a jobb oldalon:

$$\sin(x+45°)[2\cos 30°+1]=\sin 45°(2\cos 30°+1).$$

Mivel $2\cos 30°+1\neq 0$, egyszerűsíthetünk vele (nem vesztünk gyököt sem).

Kapjuk, hogy

$$\sin(x+45°)=\sin 45°;$$

ez akkor teljesül, ha

$$\begin{aligned} & x+45°=45°+k\cdot 360°, && \text{azaz}\ \ x=k\cdot 360°,\\ \text{vagy}\ \ & x+45°=135°+k\cdot 360°, && \text{azaz}\ \ x=90°+k\cdot 360°, \quad (k\in\mathbf{Z}). \end{aligned}$$

*Illés Mónika* (Sátoraljaújhely, Kossuth Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján