

Mivel $x^2 + 1 > 0$, ezért a bal oldal minden valós x -re értelmezett. A bal oldal szorzattá alakítható:

$$(\sqrt{x^2 + 1} - 1)^2 - 2^2 = (\sqrt{x^2 + 1} - 3)(\sqrt{x^2 + 1} + 1).$$

A szorzat akkor pozitív, ha vagy mindkét tényezője pozitív, vagy mindkettő negatív. $\sqrt{x^2 + 1} \geq 0$ miatt a második tényező soha nem lehet negatív, így csak a $\sqrt{x^2 + 1} \geq 3$ egyenlőtlenségnek kell teljesülnie. Mivel ebben mindkét oldal pozitív, négyzetre emelhetünk:

$$x^2 + 1 \geq 9, \quad \text{ahonnan} \quad x \geq \sqrt{8}, \quad \text{ill.} \quad x \leq -\sqrt{8}.$$

Végh Éva (Szekszárd, Garay J. Gimn., IV. o. t.) dolgozata alapján.

Megjegyzések. Egyenlőtlenség esetén a négyzetre emelés nem ekvivalens átalakítás, pl. $-3 > -5$, de $(-3)^2 < (-5)^2$.

Többen így okoskodtak: $x^2 - 2 \geq 2\sqrt{x^2 + 1}$, mivel a jobb oldal nem negatív, így négyzetre emelve ekvivalens egyenlethez jutunk. Ez csak akkor igaz, ha $x^2 - 2 \geq 0$. Gondoljunk pl. a következő egyszerű példára: $x + 1 \geq 1$. (Ennek megoldása nyilván $x \geq 0$.) Most emeljük négyzetre és rendezzük; kapjuk, hogy $x^2 + 2x \geq 0$, s ennek megoldásai $x \geq 0$ és $x \leq -2$. Ez utóbbi hamis eredmény.

Sokan elfelejtkeztek az értelmezési tartomány meghatározásáról, pedig a gyökvonás miatt ez is szükséges.

Az egyenlőtlenség számpéldákkal való ellenőrzése értelmetlen dolog, hiszen véges sok értékre kipróbálva csak azt tudjuk megállapítani, hogy ezekre teljesül-e az egyenlőtlenség, az összes többi számról nem tudunk semmit sem mondani.