I. megoldás. Jelöljük a k kör középpontját O-val, sugarát r-rel.

Tekintsük a feladatot megoldottnak. Az AB húr P pontjára tudjuk, hogy $2AP=PB$.

1993-02-075-1.eps

1. ábra

Tekintsük a P középpontú, $\lambda=-\frac{1}{2}$ arányú középpontos hasonlóságot. Ez a B-t az A-ba, k-t pedig egy olyan k' körbe viszi át, amely átmegy az A ponton. Ennek ismeretében szerkesszük meg a k' kört, k kicsinyített képét. A k' és k körök metszéspontja lesz A, amelynek ismeretében a keresett húr megszerkeszthető.

A feladatnak két megoldása van, ha k' két pontban metszi a k kört. Ez akkor teljesül, ha $OP>\frac{r}{3}$. Ha $OP=\frac{r}{3}$, akkor egyetlen megoldás van, ha pedig $OP<\frac{r}{3}$, akkor nincs megoldása a feladatnak.

Váradi Péter (Győr, Révai M. Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. A P pont által megharmadolt $AB=h$ húrt kifejezzük $OA=r$-rel és $OP=p$-vel. Ebből egyszerű lehetőséget olvasunk ki $PB=2h/3$ megszerkesztésére.

1993-02-076-1.eps

2. ábra

Az F húrfelezőpont távolságára két háromszögből Pitagorasz tételével

$$OF^2=p^2-\left(\frac{h}{6}\right)^2=r^2-\left(\frac{h}{2}\right)^2,$$

$$\frac{8h^2}{36}=r^2-p^2=PC^2,$$

ahol C az OP-re merőleges húr egyik végpontja. Ebből

$$PB=\frac{2h}{3}=PC\cdot\sqrt{2}=PD,$$

ahol D a C-n átmenő, OP-vel párhuzamos egyenesen van, és $CD=CP$.

A PC befogóval bíró egyenlő szárú derékszögű háromszög *helyének* megválasztásával azt értük el, hogy amikor $PB=PD$ hosszát körzőnyílásba vesszük, föl sem kell emelnünk a körző csúcsát P-ből, rögtön kimetszhető B és B'.