

Emeljük négyzetre az átrendezéssel kapott  $2|x-p| = 1 - |x-2|$  egyenletet (felhasználva az  $(|a|)^2 = a^2$  azonosságot):

$$(1) \quad 3x^2 + 4p^2 - 8px - 5 + 4x + 2|x-2| = 0.$$

Mivel az eredeti egyenlet mindkét oldala nemnegatív, azért elegendő a továbbiak során csak (1)-gyel foglalkozni.

Az  $x$ -re két lehetőséget kell megvizsgálunk.

a) Ha  $x \geq 2$ , akkor  $|x-2| = x-2$  és (1) a következő másodfokú egyenletet adja  $x$ -re:

$$3x^2 + (6-8p)x + 4p^2 - 9 = 0.$$

Az egyenletnek rögzített  $p$  mellett akkor van pontosan egy gyöke, ha a diszkrimináns

$$D = 16(p^2 - 6p + 9) = 0,$$

ahonnan

$$p = 3,$$

ekkor az egyetlen megoldás  $x = 3 \geq 2$ .

b) Ha  $x \leq 2$ , akkor rendezés után a

$$3x^2 + (2-8p)x + 4p^2 - 1 = 0$$

egyenletet kapjuk, itt  $D = 16(p^2 - 2p + 1) = 0$ , ha  $p = 1$ ; az egyetlen gyök  $x = 1 \leq 2$ , így ez is megfelel a feltételnek. Tehát az egyenletnek akkor van pontosan egy megoldása, ha  $p = 1$  vagy  $p = 3$ .

*Zsenei András* (Bp. ELTE Radnóti M. Gyak. Gimn., II. o. t.)