Megoldás. Ha az első egyenlethez hozzáadjuk a második egyenlet háromszorosát,

$$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = 1000$$

adódik. A bal oldalon álló kifejezés egy nevezetes azonosság szerint $(x + y)^3$-nel egyenlő. Mindkét oldalból köbgyököt vonva:

$$x + y = 10.$$

Az y értékét kifejezve és az első egyenletbe behelyettesítve egyszerűsítés után kapjuk, hogy

$$x^2 - 10x + 20 = 0.$$

Ennek az egyenletnek a gyökei: $x_1 = 5 + \sqrt{5}; x_2 = 5 - \sqrt{5}$. Mivel az egyenletrendszer x-ben és y-ban szimmetrikus, a megoldások:

$$x_1 = 5 + \sqrt{5} \text{ és } x_2 = 5 - \sqrt{5};$$
$$y_1 = 5 - \sqrt{5} \text{ és } y_2 = 5 + \sqrt{5}.$$

Behelyettesítéssel meggyőződhetünk a megoldások helyességéről.

Patkós Petra (Kunszentmárton, József Attila Gimn., III. o. t.)