Ha egy számnak van közös osztója pq-val, akkor – mivel p is és q is prímszám – ez csak úgy lehetséges, ha a szám vagy p-vel, vagy q-val osztható. A pqn-nél kisebb vagy egyenlő p-vel osztható számok

$$p,\ 2p,\ 3p,\ \ldots,\ nqp, \quad \text{számuk: } nq;$$

ugyanígy a q-val osztható számok

$$p,\ 2p,\ 3p,\ \ldots,\ npq, \quad \text{számuk: } np;$$

de mivel kétszer számoltuk azokat, amelyek p-vel is és q-val is oszthatók, ezek számát, n-et le kell vonnunk. Így

$$f(n) = n(p+q) - n.$$

Tegyük fel, hogy

$$\frac{f(n)}{n} = 1990,$$

azaz

$$\frac{f(n)}{n} = \frac{n(p+q)-n}{n} = 1990,$$

ahonnan

$$p + q = 1991.$$

Egy összeg csak úgy lehet páratlan, ha egyik tagja páros, a másik páratlan. Mivel páros prímszám csak egy van, a 2, így pl. $p = 2$, ekkor $q = 1989$ lenne, de ez nem prímszám. Így ellentmondáshoz jutottunk, tehát feltevésünk nem lehet igaz, vagyis $\frac{f(n)}{n}$ nem lehet egyenlő 1990-nel.

Parlagh Ildikó (Miskolc, Herman O. Gimn., IV. o. t.)
dolgozata alapján