Írjuk át az egyenleteket a következőképpen

$$x+y=-z-1, \tag{1}$$
$$x^2-y^2=1-z^2, \tag{2}$$
$$-x^3+y^3+z^3=-1. \tag{3}$$

Az (1) egyenletből $z=x+y+1$, behelyettesítve a (2) egyenletbe:

$$x^2-y^2=1-(x+y+1)^2.$$

Elvégezve a négyzetreemelést, használjuk fel az $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$ ismert azonosságot, és rendezzük az egyenletet. Kapjuk, hogy

$$2\cdot(x+1)(x+y)=0.$$

Egy szorzat pontosan akkor 0, ha valamelyik tényezője 0.

Ha

$x+1=0,\ x=-1,$

akkor
az (1) egyenletből $-1+y-z=-1$, azaz $y=z$, ezt (3)-ba helyettesítve $1+2y^3=-1$, ahonnan $y^3=-1$, és $y=-1$, tehát az egyenletrendszer megoldása $x=-1$, $y=-1$, $z=-1$.

Ha

$x+y=0,\ x=-y,$

akkor
(1)-ből $z=1$, (3)-ból pedig $2y^3=-2$, azaz $y=-1$. Most a megoldás $x=1$, $y=-1$, $z=1$.

Mivel végig ekvivalens átalakításokat végeztünk, mindkét számhármas kielégíti az egyenletet.

Természetesen helyettesítéssel is ellenőrizhetjük a megoldások helyességét, s ez már azért is célszerű, mert így győződhetünk meg arról, hogy nem követtünk-e el számolási hibát. A teljes megoldáshoz az ellenőrzés is hozzátartozik.

Csontos Mónika (Baja, III. Béla Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján