I. megoldás. Nem az volt a feladat, hogy az egyenletet megoldjuk; akik így próbálkoztak, bizony nem jutottak messzire.

A négyzetgyökvonás definíciójából $\sqrt{x} \geq 0$, és

$$\sqrt{a+\sqrt{x}} \geq 0, \quad \text{azaz} \quad x \geq 0.$$

Rendezzük át az egyenletet: $\sqrt{a+\sqrt{x}} = a - x$, és ábrázoljuk a megfelelő függvényeket a koordináta rendszerben. A jobb oldal képe egyenes, mely mindkét tengelyt metszi a $(0;\, a)$, ill. $(a;\, 0)$ pontokban. A bal oldal egy szigorúan monoton növekvő függvény, melynek képe az y tengely $\sqrt{a}$ pontjából indul. Így pontosan akkor létezik megoldás, ha $\sqrt{a} \leq a$, azaz $a \leq a^2$, átrendezve $a^2 - a = a(a-1) \geq 0$, azaz vagy $a = 0$, vagy $a \geq 1$.

Tehát az egyenletnek akkor van megoldása, ha $a = 0$, vagy $a \geq 1$.

II. megoldás. Legyen $a + \sqrt{x} = b^2$, $(b \geq 0)$, akkor $a = b^2 - \sqrt{x}$, egyenletünk pedig a következő alakot ölti:

$$x + b = a, \quad \text{azaz} \quad x + b = b^2 - \sqrt{x},$$

átrendezve

$$b^2 - x - (b + \sqrt{x}) = 0. \tag{1}$$

Felhasználva, hogy $b^2 - x = b^2 - (\sqrt{x})^2 = (b - \sqrt{x})(b + \sqrt{x})$, (1) átalakítható szorzattá:

$$(b + \sqrt{x})(b - \sqrt{x} - 1) = 0.$$

Egy szorzat pontosan akkor nulla, ha valamelyik tényezője 0.

Azaz:

1. $b + \sqrt{x} = 0$; ez csak úgy teljesülhet, ha $a - x = b = \sqrt{x} = 0$, azaz $a = x = 0$.
2. $b - \sqrt{x} - 1 = 0$; ide a $b = a - x$ egyenlőséget beírva, $\sqrt{x}$-re másodfokú egyenletet kapunk, $x + \sqrt{x} + 1 - a = 0$, amelynek egyik gyöke szükségképpen nemnegatív:

$$\sqrt{x} = -\frac{-1 + \sqrt{1 - 4 + 4a}}{2} \geq 0. \tag{2}$$

Mivel itt a gyökök összege -1, negatív, az egyenletnek csak akkor lehet pozitív megoldása, ha a gyökök szorzata $(1 - a)$ negatív vagyis $a \geq 1$. És ekkor a (2) alapján adódó x értékről belátható, hogy az valóban megoldása az eredeti egyenletnek.