

Könnyű felismerni, hogy az egyenlet átírható a következő alakba:

$$(x - 1)^3 + (y + 2)^3 = 1.$$

Két köbszám összege pedig csak úgy lehet 1, ha az egyik 0 és a másik 1. Azaz

$$\begin{array}{cccc} x - 1 = 0, & \text{ahonnan} & x = 1, & x - 1 = 1, & x = 2 \\ \text{vagy} & & & \text{vagy} & \text{azaz} \\ y + 2 = 1, & \text{ahonnan} & y = -1, & y + 2 = 0, & y = -2. \end{array}$$

Tehát két megoldáspár tesz eleget az egyenletnek, az $(1, -1)$ és a $(2, -2)$. Mivel ekvivalens átalakításokat végeztünk, azért ezek valóban megoldásai is az egyenletnek.

Be kell még látnunk azt az állításunkat, mely szerint ha az a, b egészekre $a^3 + b^3 = 1$, akkor a és b közül az egyik 0, a másik 1.

Szorzáttá alakítva:

$1 = a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$. Mivel a és b egész, ezért a szorzat csak úgy lehet 1, ha mindkét tényező vagy $+1$, vagy -1 .

Ha $a + b = 1$, $a = 1 - b$ és $a^2 - ab + b^2 = 1$ egyenletbe helyettesítve az előbbi értékét: $(1 - b)^2 - (1 - b)b + b^2 = 1$. Innen $b(b - 1) = 0$. Ha $b = 0$, akkor $a = 1$, ha viszont $b = 1$, akkor $a = 0$. Ha $a + b = -1$, hasonló módon elvégezve a helyettesítést a $3b^2 + 3b + 2 = 0$ egyenlethez jutunk, melynek diszkriminánsa $D = 9 - 24 < 0$, így ekkor nincs valós megoldás.